

## Kapitel 9

### Integralrechnung für Funktionen einer Veränderlichen

#### 9.1 Das unbestimmte Integral

**Definition.** (*Stammfunktion*)

9/1/1

Es seien  $f, F$  in einer Menge  $M \subseteq \mathbb{R}$  definiert.

$F$  ist eine *Stammfunktion* von  $f$  in  $M$

$\overline{\text{Df}}$   $F$  ist in  $M$  differenzierbar, und es gilt  $F'(x) = f(x)$  für jedes  $x \in M$ .

**Satz 9.3** (*partielle Integration*)

9/1/13

Es seien  $f$  und  $g$  in  $I$  definiert. Besitzt  $f$  in  $I$  eine Stammfunktion  $F$  und ist  $g$  in  $I$  differenzierbar und besitzt  $F \cdot g'$  in  $I$  eine Stammfunktion, dann besitzt auch  $f \cdot g$  in  $I$  eine Stammfunktion, und es ist

$$\int f(x)g(x) dx = F(x)g(x) - \int F(x)g'(x) dx.$$

**Beispiel.** Es sei  $f(x) = x \cdot e^x$ .

9/1/16

Wir versuchen, dieses Integral mit Hilfe der partiellen Integration zu berechnen.

Ansatz 1:  $u'(x) = x$  und  $v(x) = e^x$ . Dann ist  $u(x) = \frac{1}{2}x^2$  eine Stammfunktion von  $x$  und  $v'(x) = e^x$ . Folglich ist

$$\int xe^x dx = \frac{x^2}{2} \cdot e^x - \int \frac{x^2}{2} \cdot e^x dx.$$

Das letzte Integral ist aber komplizierter als das Ausgangsintegral, demzufolge führt dieser Ansatz nicht zum Ziel.

Ansatz 2:  $u'(x) = e^x$  und  $v(x) = x$ . Dann ist  $u(x) = e^x$  eine Stammfunktion von  $e^x$  und  $v'(x) = 1$ . Folglich ist

$$\int xe^x dx = xe^x - \int 1 \cdot e^x dx = xe^x - e^x + c = e^x(x - 1) + c.$$