

Kapitel 9

Integralrechnung für Funktionen einer Veränderlichen

9.5 Mittelwertsätze der Integralrechnung

Satz 9.21 (*Substitutionsregel*)

9/5/19

Ist f in $[a, b]$ stetig, g in $[\alpha, \beta]$ stetig differenzierbar und $g([\alpha, \beta]) = [a, b]$,
 $g(\alpha) = a$ und $g(\beta) = b$, dann gilt

$$\int_{\alpha}^{\beta} f(g(x)) \cdot g'(x) dx = \int_{a=g(\alpha)}^{b=g(\beta)} f(t) dt.$$

Ist außerdem g injektiv, also $\alpha = g^{-1}(a)$ und $\beta = g^{-1}(b)$, dann ist

$$\int_a^b f(t) dt = \int_{g^{-1}(a)}^{g^{-1}(b)} f(g(x)) \cdot g'(x) dx.$$

Übungsaufgaben

17. Beweisen Sie, daß für $0 < a, b$ gilt:

9/10/17

$$\int_{-a}^a \frac{dx}{\sqrt{a^2 + b^2 - 2bx}} = \begin{cases} 2 & \text{für } b < a \\ \frac{2a}{b} & \text{für } b > a. \end{cases}$$