

## Kapitel 9

### Integralrechnung für Funktionen einer Veränderlichen

#### 9.2 Das bestimmte (Riemann-) Integral

**Definition.** (*Unterintegral, Oberintegral, Integral*)

9/2/9

Es sei  $f$  in  $I$  definiert und beschränkt.

Die obere Grenze (= Supremum) der Menge aller Untersummen heißt *Unterintegral* von  $f$  in  $I$ , und die untere Grenze (= Infimum) der Menge aller Obersummen heißt *Oberintegral* von  $f$  in  $I$ .

$$\text{Bez.: } \int_{\frac{a}{-}}^b f(x) dx \quad \text{bzw.} \quad \int_a^{\frac{b}{-}} f(x) dx \quad \text{oder auch} \\ \int_a^b f(x) dx \quad \text{bzw.} \quad \int_a^{\overline{b}} f(x) dx.$$

Sind Unter- und Oberintegral von  $f$  in  $I$  gleich, dann heißt  $f$  in  $I$  (*bestimmt*) *integrierbar*, und der gemeinsame Wert von Unter- und Oberintegral heißt *bestimmtes (Riemann-) Integral* oder einfach *bestimmtes Integral* von  $f$  in  $I$ .

$$\text{Bez.: } \int_a^b f(x) dx \quad \text{oder auch} \quad \int_a^b f(x) dx$$

#### 9.5 Mittelwertsätze der Integralrechnung

**Satz 9.15** Sei  $a < b$ , und seien  $f, g$  in  $I$  integrierbar. Dann gilt:

9/5/0

$$(1) \quad \text{Wenn } f(x) \geq 0 \text{ für jedes } x \in I, \text{ so ist } \int_a^b f(x) dx \geq 0.$$

$$(2) \quad \text{Wenn } f(x) \leq g(x) \text{ für jedes } x \in I, \text{ so ist } \int_a^b f(x) dx \leq \int_a^b g(x) dx.$$