

Kapitel 9

Integralrechnung für Funktionen einer Veränderlichen

9.7 Uneigentliche Integrale

Definition. (*uneigentliche Integrale über unbeschränkten Funktionen*)

9/7/5

Es sei $a < b$ und es gelte eine der Bedingungen:

- (1) f ist in $[a, b)$ definiert und für jedes $x \in [a, b)$ in $[a, x]$ integrierbar.
- (2) f ist in $(a, b]$ definiert und für jedes $x \in (a, b]$ in $[x, b]$ integrierbar.
- (3) $a < c < b$, und f ist für jedes $x_1, x_2 \in [a, b]$ mit $a \leq x_1 < c < x_2 \leq b$ in $[a, x_1]$ und in $[x_2, b]$ integrierbar.

f ist in $[a, b]$ *uneigentlich integrierbar*

$$\text{Df} \quad (1) \quad \lim_{\substack{x \rightarrow b \\ x < b}} \int_a^x f(t) dt \text{ existiert bzw.}$$

$$(2) \quad \lim_{\substack{x \rightarrow a \\ x > a}} \int_x^b f(t) dt \text{ existiert bzw.}$$

$$(3) \quad \lim_{\substack{x \rightarrow c \\ x < c}} \int_a^x f(t) dt \text{ und } \lim_{\substack{x \rightarrow c \\ x > c}} \int_x^b f(t) dt \text{ existieren.}$$

Diese Limites heißen – falls sie existieren – *uneigentliche Integrale* von f in $[a, b]$, und $\int_a^b f(t) dt$ heißt dann *konvergent*, anderenfalls *divergent*.

Die folgenden Abbildungen sollen einige Möglichkeiten für die Bildung von uneigentlichen Integralen über beschränkten Intervallen und unbeschränkten Funktionen veranschaulichen.

9/7/6

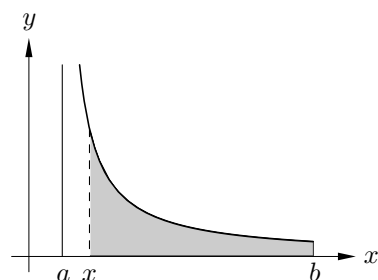


Abb. 9.19 a

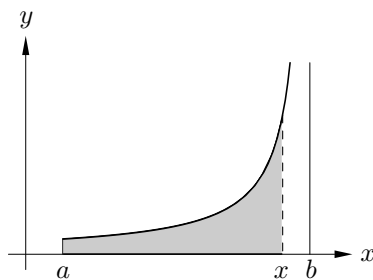


Abb. 9.19 b

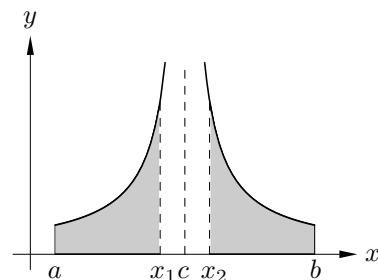


Abb. 9.19 c