

Kapitel 6

Der n -dimensionale euklidische Raum \mathbb{R}^n ; Funktionen mit mehreren Veränderlichen

6.1 Der Raum \mathbb{R}^n

Definition. (*euklidischer Abstand*)

6/1/1

Seien $\bar{a}, \bar{b} \in \mathbb{R}^n$.

$|\bar{a} - \bar{b}| \stackrel{\text{Df}}{=} \sqrt{\sum_{i=1}^n (a_i - b_i)^2}$ heißt *euklidischer Abstand* zwischen \bar{a} und \bar{b} .

Kapitel 9

Integralrechnung für Funktionen einer Veränderlichen

9.8 Länge von Kurven

Definition. (*Länge einer Kurve*)

9/8/6

Sei \mathfrak{k} eine Kurve mit der Parameterdarstellung $\mathfrak{k} = \{f(t) : a \leq t \leq b\}$.

\mathfrak{k} ist *rektifizierbar* (d.h. \mathfrak{k} besitzt eine Länge)

$\stackrel{\text{Df}}{=} \text{Es existiert } \sup\{l(P_{\mathfrak{z}}) : \mathfrak{z} \text{ beliebige Zerlegung von } [a, b]\}$.

Das Supremum heißt, falls es existiert, *Länge der Kurve* und wird mit $l(\mathfrak{k})$ bezeichnet.

Beweis. Die Rektifizierbarkeit von \mathfrak{k} ist offensichtlich.

9/8/13

Weiterhin gilt $|f'(t)| = |(t, g(t))'| = \sqrt{(f_1'(t))^2 + (f_2'(t))^2} = \sqrt{1 + g'^2(t)}$. □