

Lösungen zu den Aufgaben Teil III¹

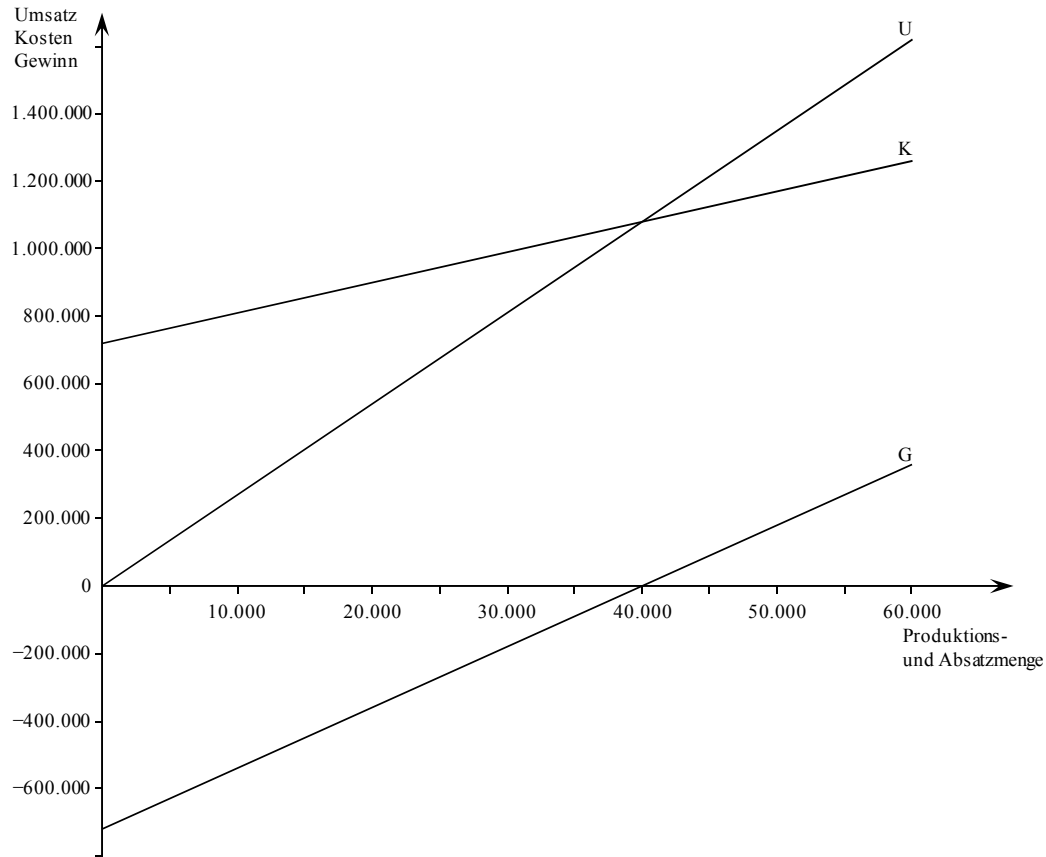
¹ Aus: Götze, U.: Kostenrechnung und Kostenmanagement, 5. Aufl., Berlin u. a. 2010, S. 398 ff.

Aufgabe III.1-1

a) Gewinn = Umsatz – Kosten

$$\text{Gewinn} = 1.620.000 - (540.000 + 480.000 + 240.000) = 360.000 \text{ [€]}$$

b)



c) Variable Kosten sind hier lediglich die Materialeinzelkosten. Die variablen Stückkosten betragen daher:

$$\frac{540.000}{60.000} = 9 \text{ [€/ME]}$$

Der Stückdeckungsbeitrag (Verkaufspreis – variable Stückkosten) beläuft sich auf:

$$27 - 9 = 18 \text{ [€/ME]}$$

Die Break-Even-Menge lässt sich gemäß der folgenden Formel bestimmen:

$$x_{\text{BE}} = \frac{K_f}{p - k_v}$$

Sie beträgt hier:

$$x_{\text{BE}} = \frac{720.000}{18} = 40.000 \text{ [ME]}$$

Aufgabe III.1-2

a) Stückdeckungsbeitrag = Preis – variable Stückkosten $\Rightarrow 30 - 20 = 10$ [€/ME]

$$\text{Break-Even-Menge: } \frac{\text{Fixkosten}}{\text{Stückdeckungsbeitrag}}$$

$$\frac{100.000}{10} = 10.000 \text{ [ME]}$$

Gewinnmaximale Produktions- und Absatzmenge: 40.000 [ME]

b) $p(x) = 60 - 0,001x$

$$x_{\text{opt}} \Rightarrow \text{DB}_{\text{max}}$$

$$\text{DB} = U - K_v$$

$$U = p(x) \cdot x \quad K_v = k_v \cdot x$$

$$\text{DB} = (60 - 0,001x) \cdot x - 20x = 40x - 0,001x^2$$

$$\text{DB}' = 40 - 2 \cdot 0,001x = 0$$

$$\Rightarrow x_{\text{opt}} = 20.000 \text{ [ME]} \quad \Rightarrow p_{\text{opt}} = 40 \text{ [€/ME]}$$

Aufgabe III.1-3

	A	B	C	D
Umsatz [€]	107.300	163.200	120.400	107.100
– variable Kosten [€]	63.800	112.200	67.200	57.800
= Deckungsbeitrag I [€]	43.500	51.000	53.200	49.300
– Erzeugnisfixkosten [€]	10.700	20.400	15.800	13.700
= Deckungsbeitrag II [€]	32.800	30.600	37.400	35.600
– Erzeugnisgruppenfixkosten [€]	19.000		15.000	
= Deckungsbeitrag III [€]	44.400		58.000	
– Betriebsfixkosten [€]		22.000		
= Periodenerfolg [€]		80.400		

Aufgabe III.1-4

a)

	A	B	C	D
maximale Absatzmenge [ME]	100	60	120	90
Absatzpreis [€/ME]	26	10,5	20	14
variable Stückkosten [€/ME]	16	9	14	10
Stückdeckungsbeitrag [€/ME]	10	1,5	6	4
Kapazitätsbeanspruchung [ZE/ME]	2	1	3	1,5
relativer Deckungsbeitrag [€/ZE]	5	1,5	2	2,67
Rangfolge	I	IV	III	II
Produktions- und Absatzmenge [ME]	100	0	80	90
Kapazitätsbedarf [ZE]	200	0	240	135

b) $PUG_i = k_{vi} + db_{rk} \cdot a_i$

$$PUG_A = 16 + 2 \cdot 2 = 20 \text{ [€/ME]}$$

$$PUG_B = 9 + 2 \cdot 1 = 11 \text{ [€/ME]}$$

$$PUG_D = 10 + 2 \cdot 1,5 = 13 \text{ [€/ME]}$$

C ist Grenzprodukt:

Preisuntergrenze für die Eliminierung von C aus dem Programm (C wird durch B verdrängt):

$$PUG_{C1} = 14 + 1,5 \cdot 3 = 18,5 \text{ [€/ME]}$$

Preisuntergrenze für die Fertigung von C bis zur Absatzhöchstmenge (C verdrängt D):

$$PUG_{C2} = 14 + 2,67 \cdot 3 = 22,01 \text{ [€/ME]}$$

Aufgabe III.1-5

a)

	A	B	C	D	E
maximale Absatz-/Bedarfsmenge [ME]	80	40	150	80	120
Preis [€/ME]	28	9,9	17,9	9,9	20
variable Stückkosten [€/ME]	14	8,3	10,9	6,9	16
Stückdeckungsbeitrag/Stückkostendifferenz [€/ME]	14	1,6	7	3	4
Kapazitätsbeanspruchung [ZE/ME]	4	2	1,4	1	1
relativer Deckungsbeitrag/relative Kostenersparnis [€/ZE]	3,5	0,8	5	3	4
Rangfolge	III	V	I	IV	II
Produktions- und Absatzmenge [ME]	80	0	150	70	120
Kapazitätsbedarf [ZE]	320	0	210	70	120

$$\begin{aligned} \text{b) } PUG_A &= 14 + 3 \cdot 4 = 26 \text{ [€/ME]} \\ PUG_B &= 8,3 + 3 \cdot 2 = 14,3 \text{ [€/ME]} \\ PUG_C &= 10,9 + 3 \cdot 1,4 = 15,1 \text{ [€/ME]} \\ POG_E &= 16 + 3 \cdot 1 = 19 \text{ [€/ME]} \end{aligned}$$

D ist Grenzprodukt:

Preisuntergrenze für die Eliminierung von D aus dem Programm (D wird durch B verdrängt):

$$PUG_{D1} = 6,9 + 0,8 \cdot 1 = 7,7 \text{ [€/ME]}$$

Preisuntergrenze für die Fertigung von D bis zur Absatzhöchstmenge (D verdrängt A):

$$PUG_{D2} = 6,9 + 3,5 \cdot 1 = 10,4 \text{ [€/ME]}$$

c) Verdrängung:

$$\begin{array}{rclcl} \text{Freie Kapazität} & = & 30 \text{ [ZE]} & \Rightarrow & 30 \text{ [ME] E} \\ 40 \text{ [ME] B} & = & 80 \text{ [ZE]} & \Rightarrow & 80 \text{ [ME] E} \\ 10 \text{ [ME] D} & = & 10 \text{ [ZE]} & \Rightarrow & 10 \text{ [ME] E} \\ & & \hline & & 120 \text{ [ZE]} & & 120 \text{ [ME] E} \end{array}$$

$$POG_E = k_{vE} + \frac{db_B \cdot \Delta x_B + db_D \cdot \Delta x_D}{x_E}$$

$$POG_E = 16 + \frac{1,6 \cdot 40 + 3 \cdot 10}{120} = 16,78 \text{ [€/ME]}$$

Aufgabe III.1-6

a)

Produkt	1	2	3	4	5
maximale Absatzmenge/ Bedarfsmenge [ME]	200	800	400	400	600
Preis [€/ME]	68	90	110	55	160
variable Stückkosten [€/ME]	60	55	40	40	140
Stückdeckungsbeitrag/ Stückkostendifferenz [€/ME]	8	35	70	15	20
Kapazitätsbeanspruchung [ZE/ME]	10	7	20	5	5
relativer Deckungsbeitrag/ relative Kostenersparnis [€/ZE]	0,8	5	3,5	3	4
Rang	V	I	III	IV	II
Produktions- und Absatzmenge [ME]	0	800	400	280	600
Kapazitätsbedarf [ZE]	0	5.600	8.000	1.400	3.000

$$\begin{aligned} \text{b) } \text{PUG}_1 &= 60 + 3 \cdot 10 = 90 \text{ [€/ME]} \\ \text{PUG}_2 &= 55 + 3 \cdot 7 = 76 \text{ [€/ME]} \\ \text{PUG}_3 &= 40 + 3 \cdot 20 = 100 \text{ [€/ME]} \end{aligned}$$

P4 ist Grenzprodukt:

Preisuntergrenze für die Eliminierung von P4 (P4 wird durch P1 verdrängt):

$$\text{PUG}_{41} = 40 + 0,8 \cdot 5 = 44 \text{ [€/ME]}$$

Preisuntergrenze für die Fertigung von P4 bis zur Absatzhöchstmenge (P4 verdrängt P3):

$$\text{PUG}_{42} = 40 + 3,5 \cdot 5 = 57,5 \text{ [€/ME]}$$

c) c1) Der Bedarf ist vollständig durch Eigenfertigung oder Fremdbezug zu decken.

Verdrängung:

Freie Kapazität	= 400 [ZE]	⇒	80 [ME] P5
200 [ME] von P1	= 2.000 [ZE]	⇒	400 [ME] P5
120 [ME] von P4	= 600 [ZE]	⇒	120 [ME] P5
	3.000 [ZE]		600 [ME] P5

$$\text{POG} = k_{v5} + \frac{db_1 \cdot \Delta x_1 + db_4 \cdot \Delta x_4}{x_5}$$

$$\text{POG} = 140 + \frac{8 \cdot 200 + 15 \cdot 120}{600} = 145,67 \text{ [€/ME]}$$

c2) Eigenfertigungsmengen in Abhängigkeit vom Bezugspreis q:

$0 \leq q \leq 140$	$\Rightarrow x = 0$	\Rightarrow Bezugspreis ist geringer als die variablen Stückkosten.
$140 < q \leq 140 + 0,8 \cdot 5$	$\Rightarrow x = 80$	
$144 < q \leq 140 + 3 \cdot 5$	$\Rightarrow x = 480$	
$q > 155$	$\Rightarrow x = 600$	

(x = Menge, die durch Eigenfertigung bereitgestellt wird)

d) Fremdbezug des Zubehörs:

DB der Produkte 1–4	=	63.600
Kosten des Fremdbezugs	= $160 \cdot 600$	<u>96.000</u>
Gewinn-/Verlustbeitrag	=	-32.400

Eigenfertigung des Zubehörs:

DB der Produkte 1–4	=	60.200
Kosten der Fertigung von P5	= $140 \cdot 600$	<u>84.000</u>
Gewinn-/Verlustbeitrag	=	-23.800

$$\text{Gewinnveränderung: } -23.800 - (-32.400) = 8.600 \text{ [€]}$$

Aufgabe III.1-7

a) Zielfunktion :

$$(27 - 25) x_1 + (13 - 10) x_2 \Rightarrow \text{Max}$$

$$2 x_1 + 3 x_2 \Rightarrow \text{Max}$$

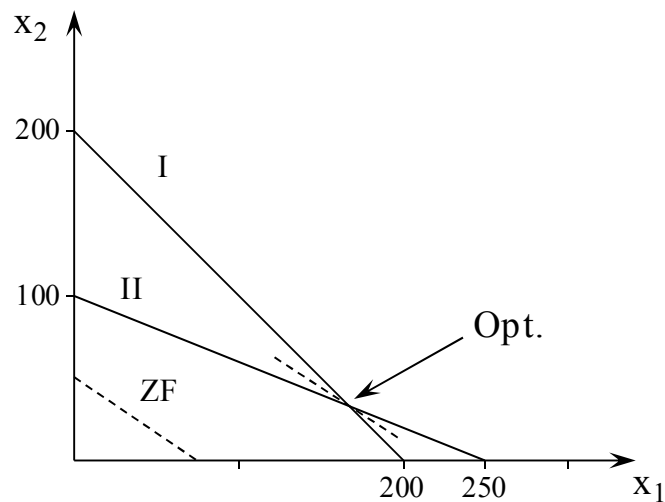
Nebenbedingungen :

$$\text{I} \quad 3 x_1 + 3 x_2 \leq 600$$

$$\text{II} \quad 2 x_1 + 5 x_2 \leq 500$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

b)



Schnittpunkt von I und II

$$\text{I} \quad 3x_1 + 3x_2 = 600$$

$$\text{II} \quad 2x_1 + 5x_2 = 500$$

$$x_2 = 33,33 \text{ [ME]}$$

$$x_1 = 166,67 \text{ [ME]}$$

$$G_B = 433,33 \text{ [€]}$$

c) Restriktion I verschiebt sich, da die Kapazität sinkt.

Schnittpunkt von I und II bleibt Optimalpunkt.

$$\text{I} \quad 3x_1 + 3x_2 = 600 - 30$$

$$\text{II} \quad 2x_1 + 5x_2 = 500$$

$$x_2 = 40 \text{ [ME]}$$

$$x_1 = 150 \text{ [ME]}$$

$$G_B = 420 \text{ [€]}$$

Um den gleichen Gewinn zu erreichen, muß das Unternehmen 13,33 € für die Vermietung verlangen.

Aufgabe III.1-8

Zielfunktion :

$$(100 - 80) x_1 + (100 - 70) x_2 \Rightarrow \text{Max}$$

$$20 x_1 + 30 x_2 \Rightarrow \text{Max}$$

x_1 = deutsche Trikots

x_2 = italienische Trikots

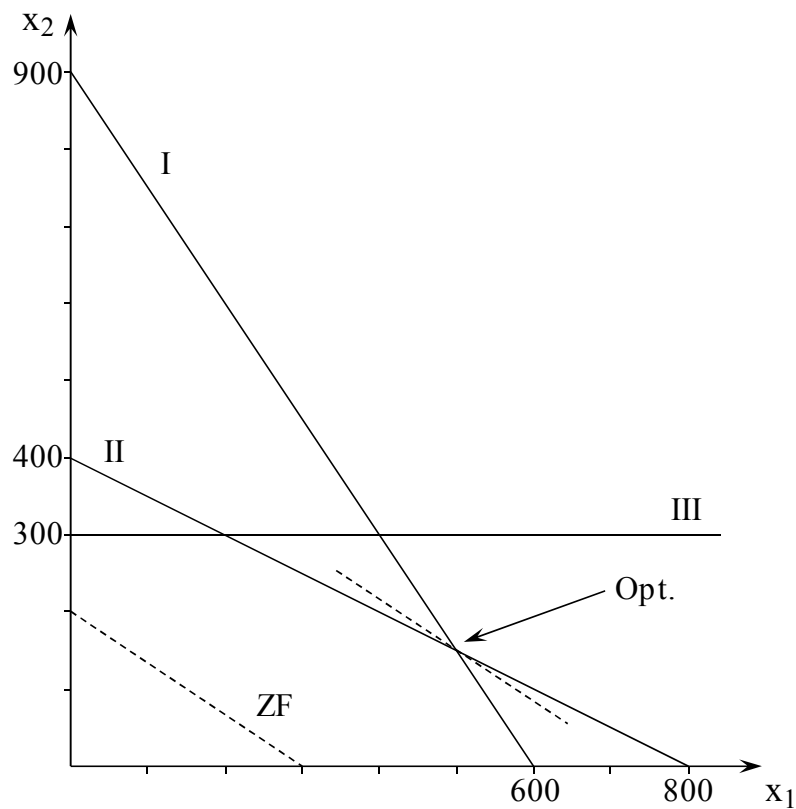
Nebenbedingungen :

$$\text{I} \quad 3 x_1 + 2 x_2 \leq 1.800$$

$$\text{II} \quad 2 x_1 + 4 x_2 \leq 1.600$$

$$\text{III} \quad x_2 \leq 300$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$



Schnittpunkt von I und II

$$\text{I} \quad 3x_1 + 2x_2 = 1.800$$

$$\text{II} \quad 2x_1 + 4x_2 = 1.600$$

$$x_1 = 500 \text{ [ME]}$$

$$x_2 = 150 \text{ [ME]}$$

$$\text{DB} = 14.500 \text{ [€]}$$

Aufgabe III.1-9

a)

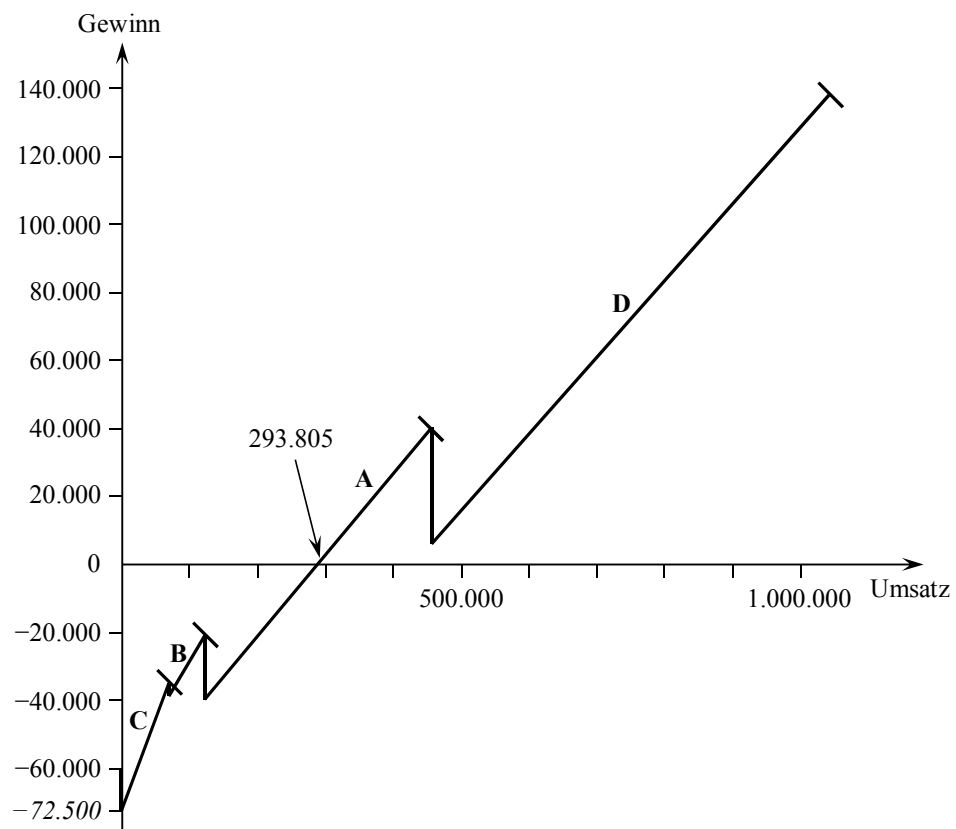
Produkt	DB I [€]	Umsatz [€]	Deckungsbeitragsintensität [€/€]	Rang
A	81.000	333.000	0,243	3
B	18.000	54.000	0,333	2
C	37.500	71.250	0,526	1
D	132.000	588.000	0,224	4

Produkt	DB II [€]	kum. Erfolg [€]
		-60.000
C	25.000	-35.000
B	14.000	-21.000
A	61.000	40.000
D	98.000	138.000

$$\text{Break-Even-Umsatz: } U_C + U_B + \frac{K_{fU} - DB_{IIC} - DB_{IIB} + K_{fA}}{\frac{DB_{IA}}{U_A}}$$

(mit K_{fU} als Unternehmensfixkosten)

$$\text{Break-Even-Umsatz: } 71.250 + 54.000 + \frac{60.000 - 25.000 - 14.000 + 20.000}{\frac{81.000}{333.000}} = 293.805,56 \text{ [€]}$$



Es sei noch einmal auf die Prämisse hingewiesen, daß produktartspezifische Fixkosten erst dann anfallen, wenn eine Produktart hergestellt und abgesetzt wird.

b)

Produkt	A	B	C	D	Summe
maximale Absatzmenge [ME]	900	300	750	1.200	
Absatzpreis [€/ME]	370	180	95	490	
variable Stückkosten [€/ME]	280	120	45	380	
Stückdeckungsbeitrag [€/ME]	90	60	50	110	
Kapazitätsbeanspruchung [ZE/ME]	3	3	2	4	
relativer Deckungsbeitrag [€/ZE]	30	20	25	27,5	
Rang	I	IV	III	II	
Kapazitätsbedarf [ZE]	2.700	900	1.500	4.800	9.900

In der Ausgangssituation können A, B, C und D bis zur jeweiligen Absatzhöchstmenge produziert werden. Die Kapazität von 12.000 LE wird nicht voll ausgenutzt.

b1) Bedarf: $300 \cdot 6 = 1.800$ [ZE]
 $1.800 + 9.900 = 11.700$ [ZE] \Rightarrow kein Engpaß

$$\text{PUG} = 32 + \frac{4.000}{300} + 0,06 \text{ PUG}$$

$$0,94 \text{ PUG} = 32 + \frac{4.000}{300}$$

$$\text{PUG} = \left(32 + \frac{4.000}{300} \right) \cdot \frac{1}{0,94} = 48,23 \text{ [€/ME]}$$

b2) Bedarf: $800 \cdot 6 = 4.800$ [ZE];
 die freie Kapazität beträgt nur $12.000 - 9.900 = 2.100$ [ZE].

Verdrängung:

Freie Kapazität:	2.100 [ZE]	\Rightarrow	350 [ME] E
300 [ME] B:	900 [ZE]	\Rightarrow	150 [ME] E
750 [ME] C:	1.500 [ZE]	\Rightarrow	250 [ME] E
75 [ME] D:	300 [ZE]	\Rightarrow	50 [ME] E
	4.800 [ZE]	\Rightarrow	800 [ME] E

$$\text{PUG} = \left(k_{vE} + \frac{K_{fE} + db_B \cdot \Delta x_B + db_C \cdot \Delta x_C + db_D \cdot \Delta x_D}{x_E} \right) + k_{vv} \cdot \text{PUG}$$

(mit k_{vv} als Verhältnis der variablen Vertriebskosten zum Umsatz)

$$0,94 \text{ PUG} = \left(32 + \frac{4.000 + 60 \cdot 300 + 50 \cdot 750 + 110 \cdot 75}{800} \right)$$

$$\text{PUG} = 124,14 \text{ [€/ME]}$$

a) a1)

Produkt- gruppe	A			B		C			
Produkt	A1	A2	A3	B1	B2	C1	C2	C3	C4
Umsatz [€]	56.000	10.000	36.000	44.800	3.250	7.200	10.500	35.700	9.360
K _v [€]	9.600	4.200	19.200	24.000	400	2.850	6.440	21.000	6.840
DB I [€]	46.400	5.800	16.800	20.800	2.850	4.350	4.060	14.700	2.520
K _f [€]	22.000	2.100	5.000	6.000	500	4.000	5.000	5.000	2.900
DB II [€]	24.400	3.700	11.800	14.800	2.350	350	−940	9.700	−380
K _{f,Prodgr} [€]		10.000			4.000			10.000	
DB III [€]	29.900			13.150		−1.270			
K _{f,Unt} [€]				20.000					
Erfolg [€]	21.780								

Nach Herausnahme von C2 und C4 aus dem Produktionsprogramm ergibt sich für die Produktgruppe C ein positiver DB III, so daß diese weiter hergestellt werden sollte.

Die negativen Deckungsbeiträge II der beiden Produktarten in Höhe von -940 [€] und -380 [€] fallen dann weg, so daß der Unternehmenserfolg um 1.320 [€] auf 23.100 [€] steigt.

Produkt- gruppe	A			B		C			
Produkt	A1	A2	A3	B1	B2	C1	C2	C3	C4
Umsatz [€]	56.000	10.000	36.000	44.800	3.250	7.200		33.600	
K _v [€]	9.600	4.200	19.200	24.000	400	2.850		21.000	
DB I [€]	46.400	5.800	16.800	20.800	2.850	4.350		12.600	
K _f [€]	22.000	2.100	5.000	6.000	500	4.000		5.000	
DB II [€]	24.400	3.700	11.800	14.800	2.350	350		7.600	
K _{f,Prodgr} [€]		10.000			4.000			10.000	
DB III [€]	29.900			13.150		-2.050			
K _{f,Unt} [€]				20.000					
Erfolg [€]				21.000					

Bei einer Verringerung des Preises von C3 auf 80 €/ME sollte auf die Produktion der gesamten Produktgruppe C verzichtet werden. Damit kann der negative Deckungsbeitrag III dieser Produktgruppe vermieden werden, da die fixen Kosten der Produktgruppe C entfallen. Der so erzielbare Unternehmenserfolg beträgt 23.050 €.

- a4) Wenn die fixen Kosten nicht abbaubar sind, sollte das gesamte in der Ausgangslage angegebene Programm weiter produziert werden.

b) b1)

Produktgruppe	A			B	
Produkt	A1	A2	A3	B1	B2
Maximale Absatzmenge [ME]	800	250	400	800	50
Absatzpreis [€/ME]	70	40	90	56	65
Variable Stückkosten [€/ME]	12	16,8	48	30	8
Stückdeckungsbeitrag [€/ME]	58	23,2	42	26	57
Kapazitätsbeanspruchung [ZE/ME]	8	2	7	4	10
relativer Deckungsbeitrag [€/ZE]	7,25	11,6	6	6,5	5,7
Rang	II	I	IV	III	V
Kapazitätsbedarf [ZE]	6.400	500		3.100	
Produktionsmenge [ME]	800	250		775	

Umsatz [€]	56.000	10.000		43.400	
– variable Kosten [€]	9.600	4.200		23.250	
= Deckungsbeitrag I [€]	46.400	5.800		20.150	
– produktartfixe Kosten [€]	22.000	2.100	5.000	6.000	500
= Deckungsbeitrag II [€]	24.400	3.700	–5.000	14.150	–500
– gruppenfixe Kosten [€]		10.000		4.000	
= Deckungsbeitrag III [€]		13.100		9.650	
– unternehmensfixe Kosten [€]			20.000		
= Periodenerfolg [€]			2.750		

b2)

Produkt	Preisuntergrenze
A1	$12 + 6,5 \cdot 8 = 64$ [€/ME]
A2	$16,8 + 6,5 \cdot 2 = 29,8$ [€/ME]
A3	$48 + 6,5 \cdot 7 = 93,5$ [€/ME]

Aufgabe III.1-11

- a) Da für die Produktion der Produktart P3 keine Rohstoffe benötigt werden, kann das Optimierungsproblem auf zwei Produktarten reduziert werden, so daß eine graphische Optimierung möglich wird.

Zielfunktion:

$$\begin{array}{rcl} & \text{DB} & \Rightarrow \text{Max!} \\ (140 - 76 - 34) x_1 + (150 - 112 - 14) x_2 & \Rightarrow \text{Max!} \\ 30 x_1 + 24 x_2 & \Rightarrow \text{Max!} \end{array}$$

Nebenbedingungen:

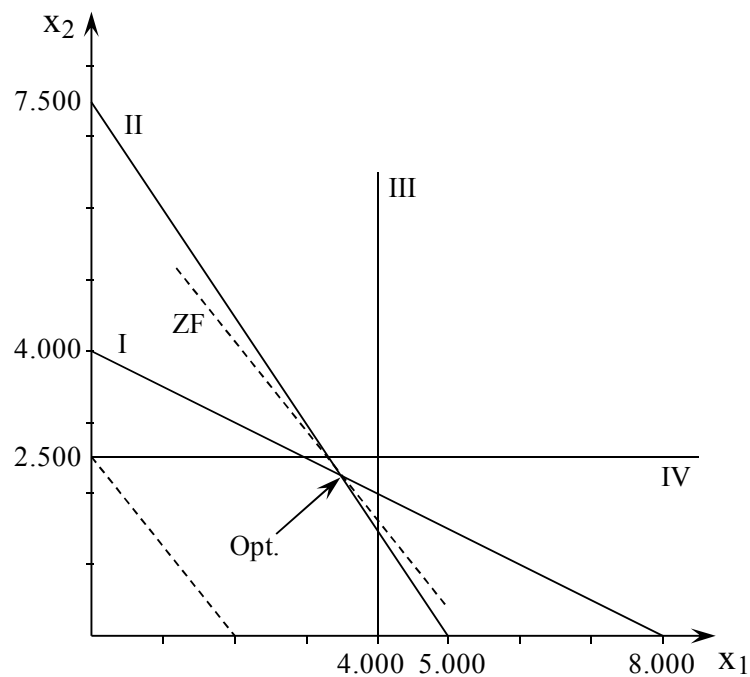
$$\text{I: } 4 x_1 + 8 x_2 \leq 32.000$$

$$\text{II: } 6 x_1 + 4 x_2 \leq 30.000$$

$$\text{III: } 4 x_1 \leq 16.000$$

$$\text{IV: } 4 x_2 \leq 10.000$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$



Das Optimum liegt im Schnittpunkt der Restriktionen I und II:

$$x_1 = 3.500 \text{ [ME]}$$

$$x_2 = 2.250 \text{ [ME]}$$

Mehrstufige Fixkostendeckungsrechnung:

	P ₁	P ₂	P ₃
Menge [ME]	3.500	2.250	500
Preis [€/ME]	140	150	350
Umsatz [€]	490.000	337.500	175.000
Var. Materialkosten (ohne Z1) [€]	266.000	252.000	70.000
Kosten für Z1 [€]	–	–	35.000
Var. Fert./Montagekosten [€]	119.000	31.500	20.000
Deckungsbeitrag I [€]	105.000	54.000	50.000
Produktbezogene fixe Kosten [€]	50.000		30.000
Deckungsbeitrag II [€]	109.000		20.000
Unternehmensfixe Kosten [€]		60.000	
Periodenerfolg [€]		69.000	

b) b1) **Fremdbezug von Z1:**

Bisheriger Gewinn: 69.000 [€]

Zusätzliche Kosten: $(90 - 70) \cdot 500 = 10.000$ [€]

Gewinn bei Fremdbezug: 59.000 [€]

Eigenfertigung von Z1:

Veränderte Nebenbedingungen als Basis für die Bestimmung der nun optimalen Produktionsmengen von P1 und P2:

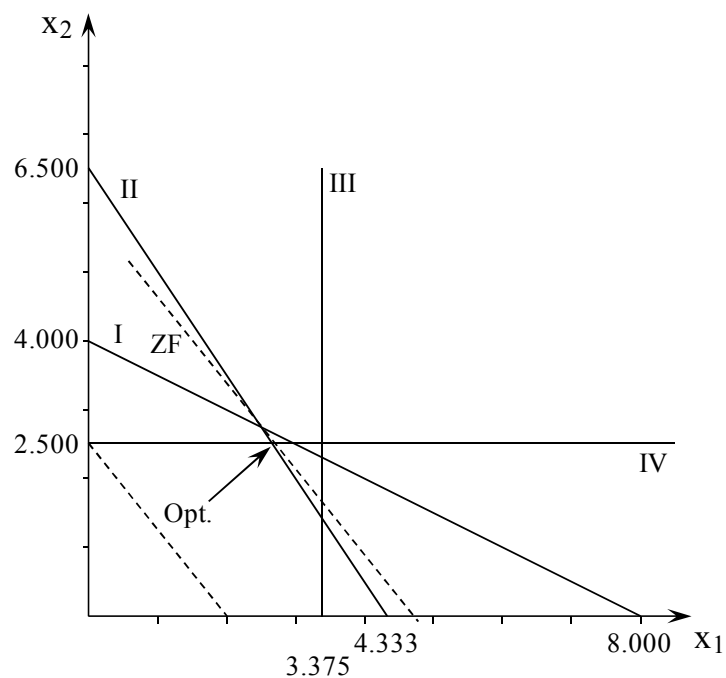
$$\text{I: } 4x_1 + 8x_2 \leq 32.000$$

$$\text{II: } 6x_1 + 4x_2 \leq 30.000 - 8 \cdot 500$$

$$\text{III: } 4x_1 \leq 16.000 - 5 \cdot 500$$

$$\text{IV: } 4x_2 \leq 10.000$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$



Aufgrund der Veränderung der Nebenbedingungen II und III liegt das Optimum nun im Schnittpunkt der Restriktionen II und IV.

Optimale Produktionsmengen:

$$x_1 = 2.666,66 \quad \Rightarrow \text{ganzzahlig: } 2.666 \text{ [ME]}$$

$$x_2 = 2.500 \text{ [ME]}$$

Mehrstufige Fixkostendeckungsrechnung:

	P ₁	P ₂	P ₃
Menge [ME]	2.666	2.500	500
Preis [€/ME]	140	150	350
Umsatz [€]	373.240	375.000	175.000
Var. Mat.kosten (ohne Z1) [€]	202.616	280.000	70.000
Kosten für Z1 [€]	–	–	28.500
Var. Fert.-/Montagekosten [€]	90.644	35.000	20.000
Deckungsbeitrag I [€]	79.980	60.000	56.500
Produktbezogene fixe Kosten [€]	50.000		30.000
Deckungsbeitrag II [€]	89.980		26.500
Unternehmensfixe Kosten [€]		60.000	
Periodenerfolg [€]		56.480	

Da bei Fremdbezug des Zubehörs Z1 ein Gewinn von 59.000 € erwirtschaftet wird und bei Eigenfertigung nur ein solcher von 56.480 €, sollte sich das Management für den Fremdbezug entscheiden.

- b2) Die Preisobergrenze ist der Preis, bei dem bei Fremdbezug der gleiche Gewinn erwirtschaftet wird wie im Fall der Eigenfertigung:

$$69.000 - (\text{POG} - 70) \cdot 500 = 56.480$$

$$69.000 - 500 \text{ POG} + 35.000 = 56.480$$

$$104.000 - 56.480 = 500 \text{ POG}$$

$$47.520 = 500 \text{ POG}$$

$$\text{POG} = 95,04 \text{ [€/ME]}$$

- b3) **Eigenfertigung Z1:**

Die Stückpreise von P₁ und P₂ betragen nun jeweils 145 €/ME. Dadurch ändert sich die Steigung der Iso-Gewinnlinie:

$$\text{db}_1 = 35 \text{ [€/ME]} \quad \text{db}_2 = 19 \text{ [€/ME]}$$

$$\text{Steigung: } -\frac{35}{19} = -1,842$$

⇒ Aufgrund der Drehung der Isogewinnlinie wird nun der Schnittpunkt der Restriktionen II und III vorteilhaft (nachvollziehbar anhand der Abbildung zu Aufgabenteil b1)):

$$x_1 = 3.375 \text{ [ME]}$$

$$x_2 = 1.437,5 \text{ [ME]} \quad \Rightarrow \text{ganzzahlig: } 1.437 \text{ [ME]}$$

Mehrstufige Fixkostendeckungsrechnung Eigenfertigung Z1:

	P ₁	P ₂	P ₃
Menge [ME]	3.375	1.437	500
Preis [€/ME]	145	145	350
Umsatz [€]	489.375	208.365	175.000
Var. Mat.kosten (ohne Z1) [€]	256.500	160.944	70.000
Kosten für Z1 [€]	–	–	28.500
Var. Fert.-/Montagekosten [€]	114.750	20.118	20.000
Deckungsbeitrag I [€]	118.125	27.303	56.500
Produktbezogene fixe Kosten [€]	50.000		30.000
Deckungsbeitrag II [€]	95.428		26.500
Unternehmensfixe Kosten [€]		60.000	
Periodenerfolg [€]		61.928	

Fremdbezug Z1:

Das optimale Produktionsprogramm im Fall des Fremdbezugs ändert sich ebenfalls aufgrund der Drehung der Isogewinnlinie. Das Optimum liegt jetzt auch im Schnittpunkt der Restriktionen II und III (nachvollziehbar anhand der Abbildung zu Aufgabenteil a)).

Optimales Produktionsprogramm:

$$x_1 = 4.000 \text{ [ME]}$$

$$x_2 = 1.500 \text{ [ME]}$$

Mehrstufige Fixkostendeckungsrechnung Fremdbezug Z1:

	P ₁	P ₂	P ₃
Menge [ME]	4.000	1.500	500
Preis [ME/€]	145	145	350
Umsatz [€]	580.000	217.500	175.000
Var. Mat.kosten (ohne Z1) [€]	304.000	168.000	70.000
Kosten für Z1 [€]	–	–	45.000
Var. Fert.-/Montagekosten [€]	136.000	21.000	20.000
Deckungsbeitrag I [€]	140.000	28.500	40.000
Produktbezogene fixe Kosten [€]	50.000		30.000
Deckungsbeitrag II [€]	118.500		10.000
Unternehmensfixe Kosten [€]		60.000	
Periodenerfolg [€]		68.500	

⇒ Der Fremdbezug des Zubehörteils Z1 bleibt vorteilhaft.

Aufgabe III.1-12

a) Bestimmung des optimalen Produktionsprogramms:

	A	B	C	D
maximale Absatzmenge [ME]	200	1.050	500	900
Absatzpreis [€/ME]	40	18	28	50
variable Stückkosten [€/ME]	24	8	16	30
Stückdeckungsbeitrag [€/ME]	16	10	12	20
Kapazitätsbeanspruchung [ZE/ME]	5	2	3	3
relativer Deckungsbeitrag [€/ZE]	3,2	5	4	6,67
Rang	IV	II	III	I
Produktionsmenge [ME]	–	1.050	400	900

Mehrstufige Fixkostendeckungsrechnung:

Umsatz [€]	–	18.900	11.200	45.000
variable Kosten [€]	–	8.400	6.400	27.000
Deckungsbeitrag I [€]	–	10.500	4.800	18.000
produktartfixe Kosten [€]	2.000	5.400	3.500	8.900
Deckungsbeitrag II [€]	–2.000	5.100	1.300	9.100
bereichsfixe Kosten [€]	10.000			
Deckungsbeitrag des Bereichs [€]	3.500			

b) b1) Deckungsbeitrag Produktart E: $90 - 60 = 30$ [€/ME]

relativer Deckungsbeitrag Produktart E: $\frac{30}{5} = 6$ [€/ZE]

neue Rangfolge der relativen Deckungsbeiträge: D – E – B – C – A

Berechnung des Deckungsbeitrags:

	A	B	C	D	E
Produktionsmenge [ME]	–	1.050	66	900	200
Deckungsbeitrag I [€]	–	10.500	792	18.000	6.000
produktartfixe Kosten [€]	2.000	5.400	3.500	8.900	1.400
Deckungsbeitrag II [€]	–2.000	5.100	–2.708	9.100	4.600
bereichsfixe Kosten [€]	10.000				
Deckungsbeitrag des Bereichs [€]	4.092				

Der Deckungsbeitrag des Bereichs steigt um 592 [€] von 3.500 [€] auf 4.092 [€].

b2) Zur Produktion von 400 [ME] von E benötigte Kapazität:

$$400 \cdot 5 = 2.000 \text{ [min]}$$

verdrängte Mengen anderer Produktarten:

$$400 \text{ [ME] von C} \Rightarrow \text{Kapazität: } 1.200 \text{ [min]}$$

$$400 \text{ [ME] von B} \Rightarrow \text{Kapazität: } 800 \text{ [min]}$$

Produktionsmengen und Kapazitätsbedarfe:

	A	B	C	D	E	Summe
Produktionsmenge [ME]	–	650	–	900	400	
Kapazitätsbedarf [ZE]	–	1.300	–	2.700	2.000	6.000

$$PUG = k_{vE} + \frac{K_{fE} + db_C \cdot \Delta x_C + db_B \cdot \Delta x_B}{x_E}$$

$$PUG = 60 + \frac{1.400 + 12 \cdot 400 + 10 \cdot 400}{400} = 85,50 \text{ [€/ME]}$$

b3) Reduzierung von Deckungsbeiträgen:

$$50 \text{ [ME] von D} \Rightarrow 50 \cdot 20 = 1.000 \text{ [€]}$$

$$10 \% \text{ Preisnachlaß bei 50 [ME] von B} \Rightarrow 50 \cdot 18 \cdot 0,1 = 90 \text{ [€]}$$

Zur Produktion von 350 [ME] von E benötigte Kapazität:

$$350 \cdot 5 = 1.750 \text{ [min]}$$

verdrängte Mengen anderer Produktarten:

$$50 \text{ [ME] von D} \Rightarrow \text{Kapazität} = 150 \text{ [min]}$$

$$400 \text{ [ME] von C} \Rightarrow \text{Kapazität} = 1.200 \text{ [min]}$$

$$200 \text{ [ME] von B} \Rightarrow \text{Kapazität} = 400 \text{ [min]}$$

$$PUG = 60 + \frac{1.400 + 1.000 + 90 + 12 \cdot 400 + 10 \cdot 200}{350} = 86,54 \text{ [€/ME]}$$

Alternativlösung:

Bei der Produktion von 350 Stück der Produktart E muß weiterhin ein Deckungsbeitrag von 3.500 € erwirtschaftet werden.

	A	B	C	D	E	Summe
Produktionsmenge [ME]	–	850	–	850	350	
Kapazitätsbedarf [ZE]	–	1.700	–	2.550	1.750	6.000

Deckungsbeitrag des Bereichs in Abhängigkeit von der Preisuntergrenze von E:

$$DB_B + DB_D + (PUG_E - k_{vE}) \cdot x_E - K_f$$

$$3.500 = 850 \cdot 10 - 50 \cdot 18 \cdot 0,1 + 850 \cdot 20 + (PUG_E - 60) \cdot 350 - 31.200$$

$$3.500 = -26.790 + 350 PUG_E$$

$$PUG_E = 86,54 \text{ [€/ME]}$$

Aufgabe III.1-13

Zunächst sind die bei isolierter Optimierung der einzelnen Produktarten optimalen Mengen zu ermitteln:

$$\text{Produktart A: } DB_A = 40x_A - 0,02 x_A^2 \Rightarrow DB'_A = 40 - 0,04x_A = 0 \Rightarrow x_A = 1.000 \text{ [ME]}$$

$$\text{Produktart B: } DB_B = 36x_B - 0,03 x_B^2 \Rightarrow DB'_B = 36 - 0,06x_B = 0 \Rightarrow x_B = 600 \text{ [ME]}$$

$$\text{Produktart C: } DB_C = 48x_C - 0,08 x_C^2 \Rightarrow DB'_C = 48 - 0,16x_C = 0 \Rightarrow x_C = 300 \text{ [ME]}$$

Es wird der daraus resultierende Kapazitätsbedarf ermittelt und geprüft, ob ein Engpaß vorliegt:

$$4 \cdot 1.000 + 3 \cdot 600 + 5 \cdot 300 = 7.300 > 2.000 \Rightarrow \text{es liegt ein Engpaß vor}$$

Es ist die Lagrange-Funktion zu bestimmen:

$$L(X) = 40x_A - 0,02x_A^2 + 36x_B - 0,03x_B^2 + 48x_C - 0,08x_C^2 - \lambda(4x_A + 3x_B + 5x_C - 2.000)$$

Zur Bestimmung der Optimallösung sind die ersten partiellen Ableitungen zu ermitteln:

$$\frac{\delta L}{\delta x_A} = 40 - 0,04x_A - 4\lambda = 0$$

$$\frac{\delta L}{\delta x_B} = 36 - 0,06x_B - 3\lambda = 0$$

$$\frac{\delta L}{\delta x_C} = 48 - 0,16x_C - 5\lambda = 0$$

$$\frac{\delta L}{\delta \lambda} = -(4x_A + 3x_B + 5x_C - 2.000) = 0$$

Die Lösung des Gleichungssystems führt zu den folgenden optimalen Produktions- und Absatzmengen:

$$x_A = 249,56 \text{ [ME]}$$

$$x_B = 224,78 \text{ [ME]}$$

$$x_C = 65,49 \text{ [ME]}$$

Der Wert des Lagrange-Multiplikators sowie der maximale Deckungsbeitrag betragen:

$$\lambda = 7,5044 \text{ [€/LE]}$$

$$DB = 18.113,50 \text{ [€]}$$

Aufgabe III.1-14

a) a1)

	A			B	
	A1	A2	A3	B1	B2
Deckungsbeitrag [€/ME]	9	15	24	26	30
Kapazitätsbedarf pro Stück [LE/ME]	1	4	6	5	3
Kapazitätsbedarf gesamt [LE]	1.000	6.400	4.800	8.000	3.600
					23.800 ⇒ Engpaß
relativer Deckungsbeitrag [€/LE]	9	3,75	4	5,2	10
Rangfolge	II	V	IV	III	I
Produktionsmenge [ME]	1.000		200	1.600	1.200
Kapazitätsbedarf [LE]	1.000		1.200	8.000	3.600

	A			B	
	A1	A2	A3	B1	B2
DB I [€]	9.000	–	4.800	41.600	36.000
produktartfixe Kosten [€]	3.600	8.000	10.000	9.500	12.000
DB II [€]	5.400	–8.000	–5.200	32.100	24.000
Produktgr.fixe Kosten [€]		5.000		6.000	
DB III [€]		–12.800		50.100	
bereichsfixe Kosten [€]			26.000		
DB IV [€]			11.300		

$$\begin{aligned}
 \text{a2)} \quad 0 \leq p \leq 47 & \Rightarrow x_{A2} = 0 \text{ [ME]} \\
 47 < p \leq 51,8 & \Rightarrow x_{A2} = 300 \text{ [ME]} \\
 p > 51,8 & \Rightarrow x_{A2} = 1.600 \text{ [ME]}
 \end{aligned}$$

b) **1. Handlungsalternative**

Fertigung der Mindestmenge von 100 ME von A2

Produktionsprogramm:

	A			B	
	A1	A2	A3	B1	B2
Produktionsmenge [ME]	1.000	100	133	1.600	1.200
Kapazitätsbedarf [ZE]	1.000	400	798	8.000	3.600

$$DB = 91.292 - 80.100 = 11.192 \text{ [€]}$$

2. Handlungsalternative

Verzicht auf die Fertigung der Mindestmenge von A2 mit der Folge, daß die maximale Absatzmenge von A1 und A3 um 30 % sinkt.

Produktionsprogramm:

	A			B	
	A1	A2	A3	B1	B2
Produktionsmenge [ME]	700	–	250	1.600	1.200
Kapazitätsbedarf [ZE]	700	–	1.500	8.000	3.600

$$DB = 89.900 - 80.100 = 9.800 \text{ [€]}$$

⇒ Da die 1. Handlungsalternative, Herstellung der Mindestmenge von A2, zu einem höheren Deckungsbeitrag führt, sollte sie realisiert werden.

c) c1) $db_{A1} = -\frac{1}{300}x_{A1} + 24 - 16$

$$db_{A2} = -\frac{3}{125}x_{A2} + 79 - 31$$

$$DB_{A1} = -\frac{1}{300}x_{A1}^2 + 8x_{A1} \quad \Rightarrow \quad DB'_{A1} = -\frac{1}{150}x_{A1} + 8$$

$$x_{A1} = 1.200 \text{ [ME]}$$

$$DB_{A2} = -\frac{3}{125}x_{A2}^2 + 48x_{A2} \quad \Rightarrow \quad DB'_{A2} = -\frac{6}{125}x_{A2} + 48$$

$$x_{A2} = 1.000 \text{ [ME]}$$

$$x_{A3} = 800 \text{ [ME]}$$

$$x_{B1} = 1.600 \text{ [ME]}$$

$$x_{B2} = 1.200 \text{ [ME]}$$

Kapazitätsbedarf:

$$1.200 \cdot 1 + 1.000 \cdot 4 + 800 \cdot 6 = 10.000 \text{ [ZE]} \quad \Rightarrow \quad \text{kein Engpaß}$$

Die ermittelten Produktionsmengen sind optimal.

c2) Da für das unter c1) als optimal bestimmte Produktionsprogramm nun nicht mehr genügend Kapazität verfügbar ist und damit ein wirksamer Engpaß vorliegt, wird eine Lagrange-Funktion zur Optimierung genutzt:

$$L = -\frac{1}{300}x_{A1}^2 + 8x_{A1} - \frac{3}{125}x_{A2}^2 + 48x_{A2} + 24x_{A3} - \lambda(x_{A1} + 4x_{A2} + 6x_{A3} - 5.000)$$

$$\Rightarrow \text{Max!}$$

$$\frac{\delta L}{\delta x_{A1}} = -\frac{1}{150} x_{A1} + 8 - \lambda = 0$$

$$\frac{\delta L}{\delta x_{A2}} = -\frac{6}{125} x_{A2} + 48 - 4\lambda = 0$$

$$\frac{\delta L}{\delta x_{A3}} = 24 - 6\lambda = 0$$

$$\frac{\delta L}{\delta \lambda} = -(x_{A1} + 4x_{A2} + 6x_{A3} - 5.000) = 0$$

$$\lambda = 4 \text{ [€/ZE]}$$

$$x_{A1} = 600 \text{ [ME]}$$

$$x_{A2} = 666,67 \text{ [ME]}$$

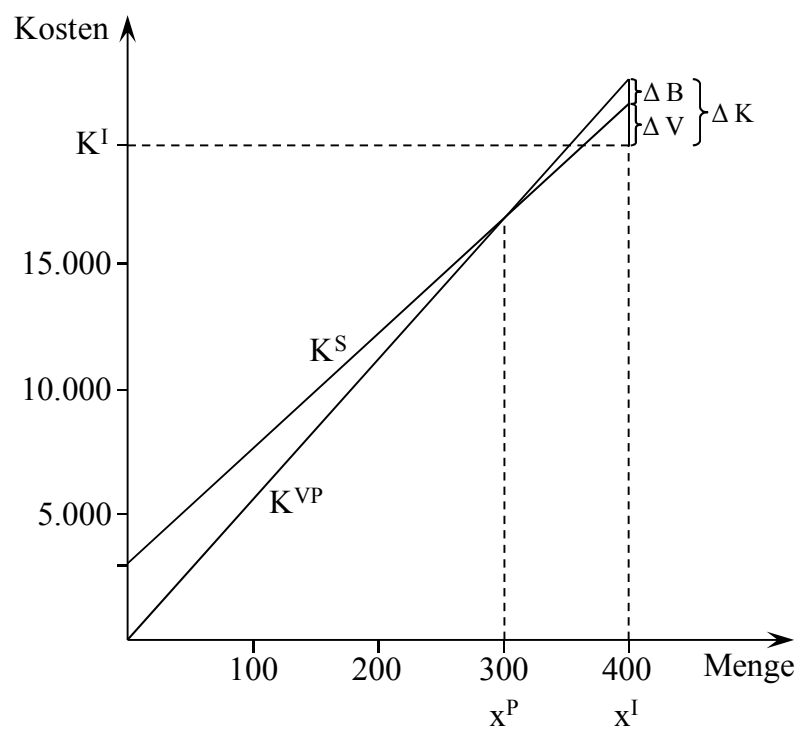
$$600 + 4 \cdot 666,67 + 6x_{A3} = 5.000 \Rightarrow x_{A3} = 288,89 \text{ [ME]}$$

Das Produktionsprogramm der Produktgruppe B bleibt unverändert.

Aufgabe III.2-1

a) $K^{VP}(x) = \frac{3.000 + 13.812,6}{300} \cdot x = 56,04x$

$$K^S(x) = 3.000 + \frac{42 \cdot 16 + 102 \cdot 5,3 + 12.600}{300} \cdot x = 3.000 + 46,04x$$



$$b) \quad b1) \quad K^I = 19.754,50 \text{ [€]}$$

$$K^{VP} = 22.416 \text{ [€]}$$

$$K^S = 21.416 \text{ [€]}$$

$$\Delta K = K^I - K^{VP} \Rightarrow \Delta K = 19.754,50 - 22.416 = -2.661,50 \text{ [€]}$$

$$b2) \quad \Delta B = K^S - K^{VP} \Rightarrow \Delta B = 21.416 - 22.416 = -1.000 \text{ [€]}$$

$$\Delta V = K^I - K^S \Rightarrow \Delta V = 19.754,50 - 21.416 = -1.661,50 \text{ [€]}$$

b3) Verbrauchsabweichung Löhne:

$$\Delta V_L = (r^I \cdot q^I) - (r^P \cdot q^P) \cdot \frac{x^I}{x^P} \Rightarrow \Delta V_L = (45 \cdot 16,5) - (42 \cdot 16) \cdot \frac{400}{300} = -153,5 \text{ [€]}$$

$$\text{Preisabweichung: } \Delta Q = (q^I - q^P) \cdot r^I \Rightarrow \Delta Q = (16,5 - 16) \cdot 45 = 22,5 \text{ [€]}$$

$$\text{Mengenabweichung: } \Delta R = \left(r^I - r^P \cdot \frac{x^I}{x^P} \right) \cdot q^P \Rightarrow \Delta R = \left(45 - 42 \cdot \frac{400}{300} \right) \cdot 16 = -176 \text{ [€]}$$

$$\Delta V_L = 22,5 + (-176) = -153,5 \text{ [€]}$$

$$b4) \text{ Preisabw. 1. Grades: } (q^I - q^P) \cdot r^P \cdot \frac{x^I}{x^P} \Rightarrow (16,5 - 16) \cdot 42 \cdot \frac{400}{300} = 28 \text{ [€]}$$

$$\text{Mengenabw. 1. Grades: } \left(r^I - r^P \cdot \frac{x^I}{x^P} \right) \cdot q^P \Rightarrow \left(45 - 42 \cdot \frac{400}{300} \right) \cdot 16 = -176 \text{ [€]}$$

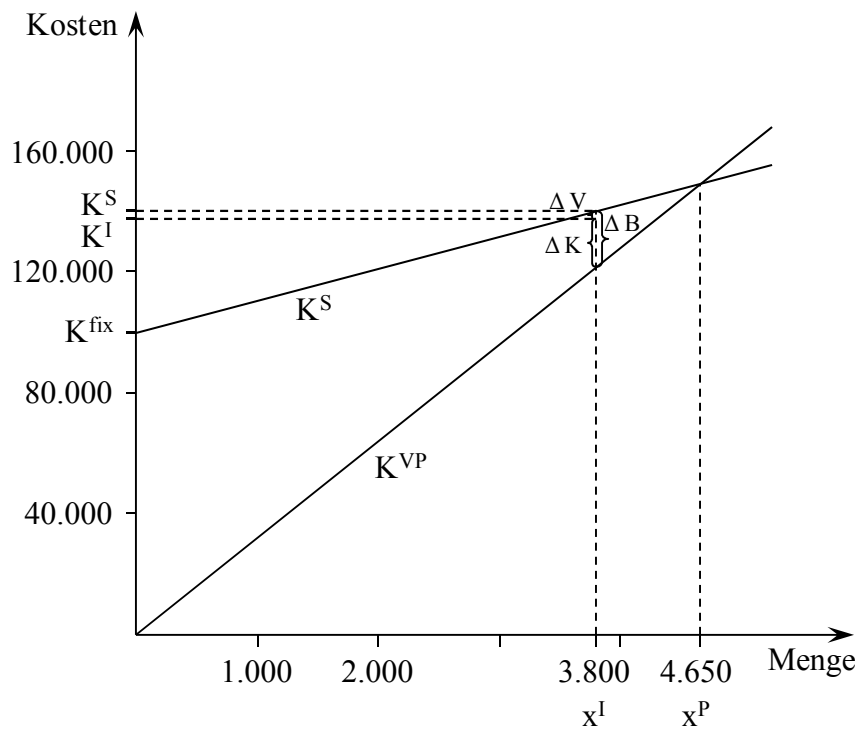
$$\text{Abweichung 2. Grades: } (q^I - q^P) \cdot \left(r^I - r^P \cdot \frac{x^I}{x^P} \right) \Rightarrow (16,5 - 16) \cdot \left(45 - 42 \cdot \frac{400}{300} \right) = -5,5 \text{ [€]}$$

$$\Delta V_L = 28 + (-176) + (-5,5) = -153,5 \text{ [€]}$$

Aufgabe III.2-2

a) $K^{VP}(x) = \frac{100.000 + 48.825}{4.650} \cdot x = 32,01x$

$$K^S(x) = 100.000 + \frac{520 \cdot 18 + 511 \cdot 15 + 31.800}{4.650} \cdot x = 100.000 + 10,5x$$



b) b1) $K^I = 137.220$ [€]

$K^{VP} = 121.620,43$ [€]

$K^S = 139.900$ [€]

$\Delta K = K^I - K^{VP} \Rightarrow \Delta K = 137.220 - 121.620,43 = 15.599,57$ [€]

b2) $\Delta B = K^S - K^{VP} \Rightarrow \Delta B = 139.900 - 121.620,43 = 18.279,57$ [€]

$\Delta V = K^I - K^S \Rightarrow \Delta V = 137.220 - 139.900 = -2.680$ [€]

b3) Verbrauchsabweichung Betriebsstoffe:

$$\Delta V_B = (r^I \cdot q^I) - (r^P \cdot q^P) \cdot \frac{x^I}{x^P} \Rightarrow \Delta V_B = (480 \cdot 16) - (520 \cdot 18) \cdot \frac{3.800}{4.650} = 30,97$$
 [€]

Preisabweichung: $\Delta Q = (q^I - q^P) \cdot r^I \Rightarrow \Delta Q = (16 - 18) \cdot 480 = -960$ [€]

Mengenabweichung: $\Delta R = \left(r^I - r^P \cdot \frac{x^I}{x^P} \right) \cdot q^P$
 $\Rightarrow \Delta R = \left(480 - 520 \cdot \frac{3.800}{4.650} \right) \cdot 18 = 990,97$ [€]

$\Delta V_B = -960 + 990,97 = 30,97$ [€]

$$\begin{aligned} \text{b4) Preisabw. 1. Grades: } & \left(q^I - q^P \right) \cdot r^P \cdot \frac{x^I}{x^P} \\ & \Rightarrow (16 - 18) \cdot 520 \cdot \frac{3.800}{4.650} = -849,89 \text{ [€]} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Mengenabw. 1. Grades: } & \left(r^I - r^P \cdot \frac{x^I}{x^P} \right) \cdot q^P \\ & \Rightarrow \left(480 - 520 \cdot \frac{3800}{4650} \right) \cdot 18 = 990,97 \text{ [€]} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Abweichung 2. Grades: } & \left(q^I - q^P \right) \cdot \left(r^I - r^P \cdot \frac{x^I}{x^P} \right) \\ & \Rightarrow (16 - 18) \cdot \left(480 - 520 \cdot \frac{3.800}{4.650} \right) = -110,11 \text{ [€]} \end{aligned}$$

$$\Delta V_B = -849,89 + 990,97 - 110,11 = 30,97 \text{ [€]}$$

Aufgabe III.3-1

a)

Teil- prozeß	Planprozeß- menge [PE]	Basis zur Ko- stenverteilung	Prozeßkosten [GE]			Prozeßkostensatz [GE/PE]	
			lmi/lmn	lmn	gesamt	lmi	gesamt
1	4.000	MJ	1.400.000	73.684	1.473.684	350	368,42
2	200	6	1.200.000	63.158	1.263.158	6.000	6.315,79
3	800	6	1.200.000	63.158	1.263.158	1.500	1.578,95
4	—	1	200.000				
		20	4.000.000				

b)

Haupt- prozeß	Planprozeß- menge [PE]	Prozeßkosten [GE]		Prozeßkostensatz [GE/PE]	
		lmi	gesamt	lmi	gesamt
1	4.000	2.400.000	2.673.684	600	668,42
2	200	1.800.000	2.013.158	9.000	10.065,79
3	800	1.850.000	2.063.158	2.312,5	2.578,95

c)

Materialeinzelkosten ($100,00 \cdot 120$)	12.000,00 [GE]
Materialgemeinkosten	
Hauptprozeß 1 ($600 \cdot 4$)	2.400,00 [GE]
Wertmäßiger Zuschlag	1.200,00 [GE]
Materialkosten	15.600,00 [GE]
Fertigungseinzelkosten ($140,00 \cdot 120$)	16.800,00 [GE]
Fertigungsgemeinkosten	
Hauptprozeß 3	2.312,50 [GE]
Hauptprozeß 2 ($9.000/600 \cdot 120$)	1.800,00 [GE]
Wertmäßiger Zuschlag	2.016,00 [GE]
Fertigungskosten	22.928,50 [GE]
Herstellkosten	38.528,50 [GE]
Verwaltungs- und Vertriebsgemeinkosten	
Hauptprozeß 4	3.000,00 [GE]
Wertmäßiger Zuschlag	5.779,28 [GE]
Selbstkosten	47.307,78 [GE]

Aufgabe III.3-2

a)

Teil- prozeß	Planprozeß- menge [PE]	Basis zur Ko- stenverteilung	Prozeßkosten [GE]			Prozeßkosten- satz [GE/PE]	
			lmi/lmn	lmn	gesamt	lmi	gesamt
1	2.000	5	1.500.000	375.000	1.875.000	750	937,5
2	300	3	900.000	225.000	1.125.000	3.000	3.750
3	–	2	600.000	–			
		10	3.000.000				

b)

Haupt- prozeß	Planprozeß- menge [PE]	Prozeßkosten [GE]		Prozeßkostensatz [GE/PE]	
		lmi	gesamt	lmi	gesamt
1	2.000	2.700.000	3.175.000	1.350,00	1.587,50
2	300	1.700.000	2.025.000	5.666,67	6.750,00
3	800	650.000	800.000	812,50	1.000,00

c)

Materialeinzelkosten	24.000,00 [GE]
Materialgemeinkosten	
Hauptprozeß 1 ($1.350 \cdot 3$)	4.050,00 [GE]
Wertmäßiger Zuschlag	<u>2.400,00 [GE]</u>
Materialkosten	30.450,00 [GE]
Fertigungseinzelkosten	44.000,00 [GE]
Fertigungsgemeinkosten	
Hauptprozeß 2 ($5.666,67/800 \cdot 200$)	1.416,67 [GE]
Hauptprozeß 3	812,50 [GE]
Wertmäßiger Zuschlag	<u>6.600,00 [GE]</u>
Fertigungskosten	<u>52.829,17 [GE]</u>
Herstellkosten	83.279,17 [GE]
Verwaltungs- und Vertriebsgemeinkosten	
Hauptprozeß 4	2.500,00 [GE]
Wertmäßiger Zuschlag	<u>12.491,88 [GE]</u>
Selbstkosten	98.271,05 [GE]