

Lösungen zu den Aufgaben Teil I¹

¹ Aus: Götze, U.: Kostenrechnung und Kostenmanagement, 5. Aufl., Berlin u. a. 2010, S. 353 ff.

Aufgabe I-1

Nr.	Auszahlung	Einzahlung	Ausgabe	Einnahme	Aufwand	Ertrag	Kosten	Erlöse
1)					1.300		1.300	
2)			500		500		500	
3)			2.000		2.000			
4)					500		800	
5)					450			
6)	1.200							
7)		3.000						
8)		2.100		2.100		2.100		
9)	500		500		500			
10)							3.000	
11)	50.000		50.000		50.000		50.000	

Aufgabe I-2

Nr.	Auszahlung	Ausgabe	Aufwand	Kosten
1)	100	100	100	
2)		2.000	2.000	
3)	500			
4)	100	100	100	300
5)		3.000		

Aufgabe I-3

a)

Nr.	Grund-kosten	Anders-kosten	Zusatz-kosten	Neutraler Aufwand	Grund-erlöse	Anders-erlöse	Zusatz-erlöse	Neutraler Ertrag
1)		X						
2)							X	
3)				X				
4)	X							
5)			X					
6)								X
7)				X				
8)			X					
9)						X		
10)								X
11)					X			

b)

Grunderlöse (11)	100.000
+ Anderserlöse (9)	50.000
+ Zusatzerlöse (2)	30.000
– Grundkosten (4)	–60.000
– Anderskosten (1)	–28.000
– Zusatzkosten (5, 8)	–13.000
= Betriebsergebnis	79.000

Grunderlöse (11)	100.000
+ neutraler Ertrag (6, 10)	8.000
+ Anderserlöse (9)	30.000
– Grundkosten (4)	–60.000
– Anderskosten (1)	–26.000
– neutraler Aufwand (3, 7)	–25.000
= Jahresüberschuß	27.000

neutraler Ertrag (6, 10)	8.000
– neutraler Aufwand (3, 7)	–25.000
= neutrales Ergebnis	–17.000

Aufgabe I-4

a) a1) Kostenfunktion:

$$K(x) = k_v \cdot x + K_f$$

$$k_v = 2,50 \text{ [€/ME]}$$

$$K_f = 500 \text{ [€]}$$

$$K(x) = 2,5x + 500$$

a2) Gewinnermittlung:

$$G(x) = U(x) - K(x)$$

$$U(x) = 5x$$

$$K(x) = 2,5x + 500$$

$$G(x) = 5x - (2,5x + 500) = 2,5x - 500$$

$$x = 400 \text{ [ME]}$$

$$G(400) = 500 \text{ [€]}$$

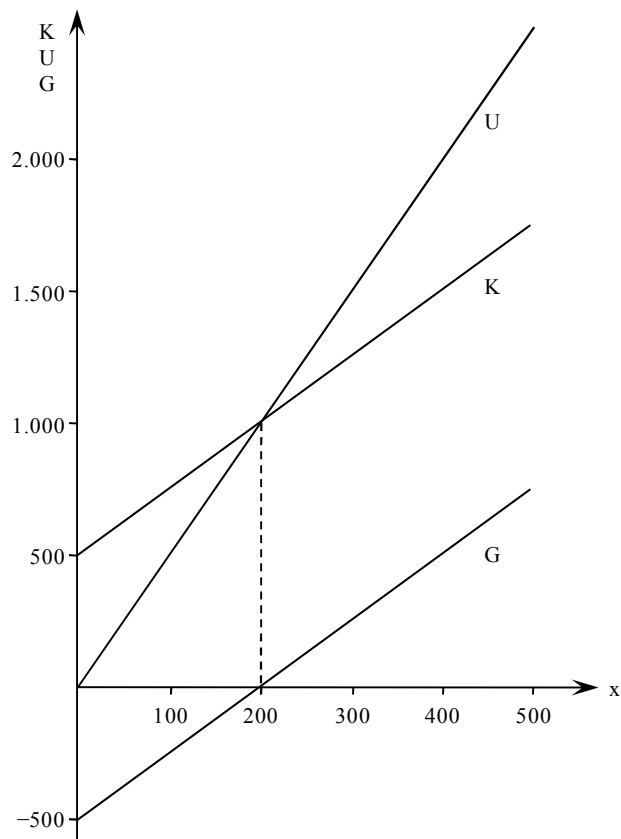
a3) Break-Even-Menge (x_{BE}):

$$G(x) = 0$$

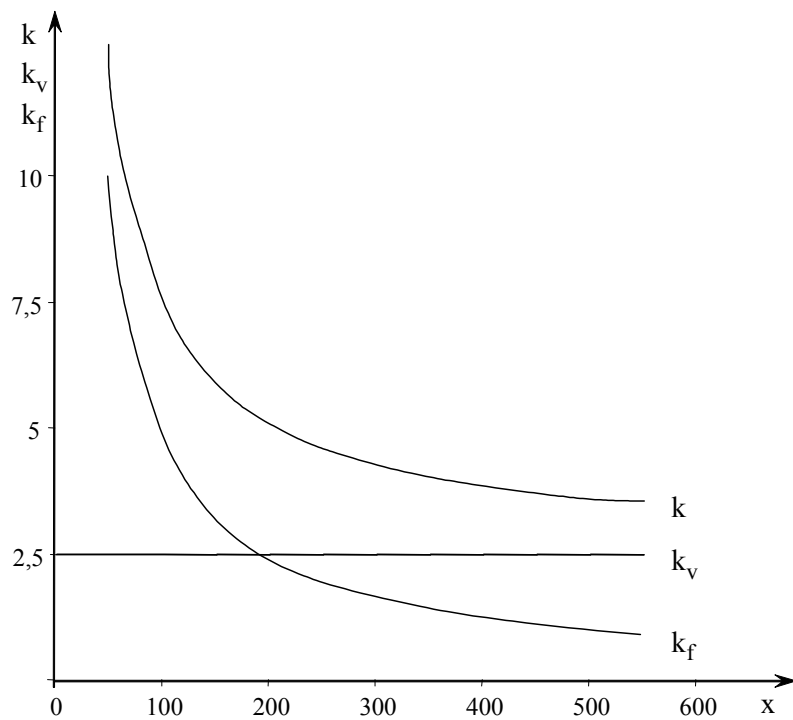
$$2,5x_{BE} - 500 = 0$$

$$x_{BE} = 200 \text{ [ME]}$$

a4) Kosten-, Umsatz- und Gewinnfunktion



a5) Funktionen der fixen, variablen und gesamten Stückkosten



b) b1) Punkt 1: $x_1 = 200$ [ME] $K_1 = 800$ [€]

Punkt 2: $x_2 = 600$ [ME] $K_2 = 2.000$ [€]

Lineare Kostenfunktion:

$$K(x) = k_v \cdot x + K_f$$

Bestimmung der Steigung der Kostenfunktion:

$$k_v = \frac{K_2 - K_1}{x_2 - x_1}$$

$$k_v = \frac{2.000 - 800}{600 - 200} = 3 \text{ [€/ME]}$$

Einsetzen in die Kostenfunktion:

$$K(x) = 3x + K_f$$

Bestimmung der Fixkosten:

Punkt 1: $x_1 = 200$ [ME] $K_1 = 800$ [€]

$$K(200) = 3 \cdot 200 + K_f = 800$$

$$K_f = 200 \text{ [€]}$$

$$K(x) = 3x + 200$$

b2) $G(x) = 5x - (3x + 200)$

$$G(x) = 2x - 200$$

$$G(400) = 600 \text{ [€]}$$

⇒ Es wird ein Gewinn von 600 € erzielt, der höher ist als der der Universitätszeitschrift.

b3) Verfahren der Universität:

$$G(x) = 2,5x - 500$$

$$x = 700 \text{ [ME]}$$

$$G(700) = 1.250 \text{ [€]}$$

Verfahren der Fachhochschule:

$$G(x) = 2x - 500$$

$$x = 700 \text{ [ME]}$$

$$G(700) = 1.200 \text{ [€]}$$

⇒ Das Produktionsverfahren der Universität führt bei einer Absatzmenge von 700 Zeitschriften zu einem höheren Gewinn.

b4) Gewinn (Universität) = Gewinn (Fachhochschule)

$$2,5x - 500 = 2x - 200$$

$$x = 600 \text{ [ME]}$$

Aufgabe I-5

a) $K(x) = 0,15x + 1.500$

$$U(x) = 0,4x$$

$$G(x) = 0,25x - 1.500$$

b) $G(20.000) = 3.500 \text{ [€]}$

c) $G(x) = 0$

$$0,25x_{BE} - 1.500 = 0$$

$$x_{BE} = 6.000 \text{ [ME]}$$

Aufgabe I-6

a) $K(x) = \frac{1}{100}x^3 - \frac{1}{8}x^2 + \frac{3}{4}x + 10$

$$K'(x) = \frac{3}{100}x^2 - \frac{1}{4}x + \frac{3}{4}$$

$$k(x) = \frac{K(x)}{x} \Rightarrow k(x) = \frac{1}{100}x^2 - \frac{1}{8}x + \frac{3}{4} + \frac{10}{x} \quad (x \neq 0)$$

$$k_v(x) = \frac{1}{100}x^2 - \frac{1}{8}x + \frac{3}{4}$$

$$k_f(x) = \frac{10}{x} \quad (x \neq 0)$$

b) b1) $k_v(x) = \frac{1}{100}x^2 - \frac{1}{8}x + \frac{3}{4}$

$$k'_v(x) = \frac{1}{50}x - \frac{1}{8} = 0$$

$$\frac{1}{50}x = \frac{1}{8}$$

$$x = 6,25 \text{ [ME]} \quad (k''_v(x = 6,25) = \frac{1}{50} > 0 \Rightarrow \text{Min.})$$

$$K = 12,246 \text{ [€]} \quad K' = 0,359375 \text{ [€/ME]}$$

$$k_v = 0,359375 \text{ [€/ME]} \quad k = 1,959375 \text{ [€/ME]}$$

b2) $k(x) = \frac{1}{100}x^2 - \frac{1}{8}x + \frac{3}{4} + \frac{10}{x}$

$$k'(x) = \frac{1}{50}x - \frac{1}{8} - \frac{10}{x^2} = 0$$

$$\frac{1}{50}x^3 - \frac{1}{8}x^2 - 10 = 0$$

Mit Hilfe eines geeigneten Verfahrens, z. B. des NEWTON'schen Näherungsverfahrens, ermittelbare Lösung:

$$x = 10,6545 \text{ [ME]} \quad (k''(x = 10,6545) = 0,03654 > 0 \Rightarrow \text{Min.})$$

$$K = 15,8959 \text{ [€]} \quad K' = 1,4919 \text{ [€/ME]}$$

$$k_v = 0,5534 \text{ [€/ME]} \quad k = 1,4919 \text{ [€/ME]}$$

c) $K(x) = \frac{1}{100}x^3 - \frac{1}{8}x^2 + \frac{3}{4}x + 10$

$$U(x) = 15x$$

$$G(x) = 15x - \left(\frac{1}{100}x^3 - \frac{1}{8}x^2 + \frac{3}{4}x + 10 \right)$$

$$G(x) = -\frac{1}{100}x^3 + \frac{1}{8}x^2 + \frac{57}{4}x - 10$$

$$G'(x) = -\frac{3}{100}x^2 + \frac{1}{4}x + \frac{57}{4} = 0$$

$$x^2 - \frac{25}{3}x - 475 = 0$$

$$\left(x - \frac{25}{6} \right)^2 = 475 + \left(\frac{25}{6} \right)^2$$

$$x_{1,2} = \frac{25}{6} \pm \sqrt{492,36}$$

$$x_1 = 22,19 + \frac{25}{6} = 26,36 \text{ [ME]} \quad (G''(x = 26,36) = -1,3316 < 0 \Rightarrow \text{Max.})$$

$$x_2 = -22,19 + \frac{25}{6} = -18,02 \quad \Rightarrow \text{keine sinnvolle Lösung}$$

$$U = 395,40 \text{ [€]}$$

$$K = 126,08 \text{ [€]}$$

$$G = 269,32 \text{ [€]}$$

Aufgabe I-7

a) $K(x) = 5x^3 - 50x^2 + 180x + 360$

$$K'(x) = 15x^2 - 100x + 180$$

$$k(x) = 5x^2 - 50x + 180 + \frac{360}{x}$$

$$k_v(x) = 5x^2 - 50x + 180$$

$$k_f(x) = \frac{360}{x}$$

b) b1) $k_v(x) = 5x^2 - 50x + 180$

$$k'_v(x) = 10x - 50 = 0$$

$$x = 5 \text{ [ME]} \quad (k''_v(x = 5) = 10 > 0 \Rightarrow \text{Min.})$$

$$\text{b2) } k(x) = 5x^2 - 50x + 180 + \frac{360}{x}$$

$$k'(x) = 10x - 50 - \frac{360}{x^2} = 0$$

$$10x^3 - 50x^2 - 360 = 0$$

Mit Hilfe eines geeigneten Verfahrens ermittelbare Lösung:

$$x = 6 \text{ [ME]} \quad (k''_v(x = 6) = 13,3\bar{3} > 0 \Rightarrow \text{Min.})$$

$$\text{b3) } U(x) = 2.000x$$

$$K(x) = 5x^3 - 50x^2 + 180x + 360$$

$$G(x) = 2.000x - (5x^3 - 50x^2 + 180x + 360)$$

$$G(x) = -5x^3 + 50x^2 + 1.820x - 360$$

$$G'(x) = -15x^2 + 100x + 1.820 = 0$$

$$x^2 - \frac{20}{3}x - \frac{364}{3} = 0$$

$$\left(x - \frac{10}{3}\right)^2 = \frac{364}{3} + \left(\frac{10}{3}\right)^2$$

$$\left(x - \frac{10}{3}\right)^2 = \frac{1.192}{9}$$

$$x - \frac{10}{3} = \pm 11,51$$

$$x_1 = +11,51 + \frac{10}{3} = 14,84 \text{ [ME]} \quad (G''(x = 14,84) = -345,20 < 0 \Rightarrow \text{Max.})$$

$$x_2 = -11,51 + \frac{10}{3} = -8,18 \quad \Rightarrow \text{keine sinnvolle Lösung}$$