

## Anhang D

# Formelsammlung zum Buch „Systemtheorie ohne Ballast“

### Formelsammlung zu Kap. 1: Signale

#### Abschn. 1.1: Signalmodelle

zeitdiskreter Dirac-Impuls  $\delta(k) := \begin{cases} 1 : k = 0 \\ 0 : \text{sonst} \end{cases}$

Sprungfunktion

zeitkontinuierlich  $\varepsilon(t) := \begin{cases} 0 : t < 0 \\ 1 : t \geq 0 \end{cases}$

zeitdiskret Man erhält die zeitdiskrete Sprungfunktion aus der zeitkontinuierlichen Sprungfunktion durch äquidistante Abtastung mit beliebigem Abtastabstand  $T$  gemäß  $\varepsilon(kT)$  zu

$$\varepsilon(k) := \begin{cases} 0 : k < 0 \\ 1 : k \geq 0 \end{cases}$$

Rechteckimpuls  $r_{[0,\tau]}(t) := \begin{cases} 1 : 0 \leq t < \tau \\ 0 : \text{sonst} \end{cases} = \varepsilon(t) - \varepsilon(t - \tau)$

sinusförmiges Signal

zeitkontinuierlich  $x(t) = A \cdot \cos[2\pi ft + \Phi_0] , A \geq 0$

zeitdiskret  $x(k) = A \cdot \cos[2\pi fk + \Phi_0] , A \geq 0$

komplexwertig  $x_c(k) = A \cdot e^{j[2\pi fk + \Phi_0]}$

konstantes Signal  $x(k) = A \cdot \cos \Phi_0 \ (f = 0)$

alternierendes Signal  $x(k) = A \cdot (-1)^k \cos \Phi_0 \ (f = 1/2)$

Überlagerung  $A_1 \cdot \sin[2\pi fk] + A_2 \cdot \cos[2\pi fk] = A \cdot \sin[2\pi fk + \Phi_0]$   
mit  
 $A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2} , \Phi_0 = \arctan A_2 / A_1$

elementare Signaloperationen

**Abschn. 1.2**

Durch die drei elementaren Signaloperationen kann ein zeitdiskretes Signal wie folgt dargestellt werden:

$$x(k) = \sum_i x(i) \delta(k-i)$$

**Abschn. 1.3: Signalräume (zeitdiskret)**

Normen	$\ x\ _\infty \leq \ x\ _2 \leq \ x\ _1$
Absolutnorm	$\ x\ _1 := \sum_i  x(i) $
Euklidische Norm	$\ x\ _2 := \sqrt{E}$ , $E := \sum_i  x(i) ^2$ (Signalenergie)
Maximumnorm	$\ x\ _\infty := \sup_i  x(i) $

Einschaltvorgänge	Signale mit einem Einschaltzeitpunkt $k_1$
Ausschaltvorgänge	Signale mit einem Ausschaltzeitpunkt $k_2$
Signale endlicher Dauer	Signale der Signalbreite $k_2 - k_1$
Nullsignal	Alle Signalwerte sind gleich 0. Es besitzt keinen Ein- und Ausschaltzeitpunkt, aber wird auch als ein Signal endlicher Dauer aufgefasst.
absolut summierbare Signale	$\ x\ _1 < \infty$
Signale endlicher Energie	$\ x\ _2 < \infty$
abklingende Signale	$x(-\infty) = x(\infty) = 0$
beschränkte Signale	$\ x\ _\infty < \infty$
periodische Signale	$x(k + T_0) = x(k)$

DFT	$\text{DFT}_n = \frac{1}{T_0} \sum_{k=0}^{T_0-1} x(k) e^{-j 2\pi f_n k}$ , $0 \leq n \leq T_0 - 1$ , $f_n = n/T_0$
Rücktransformation	$x(k) = \sum_{i=0}^{T_0-1} \text{DFT}_i e^{j 2\pi f_i k}$