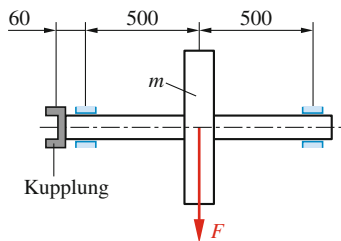


Aus Kapitel 27

Aufgaben

27.1 ●●● Die folgende Abbildung zeigt eine Triebwerkswelle mit einer massiven Riemenscheibe. Welle und Riemenscheibe sind aus S355J. Der Wellendurchmesser kann mit $d = 63 \text{ mm}$ über die gesamte Länge als konstant angenommen werden. Die Masse der Riemenscheibe beträgt $m = 50 \text{ kg}$. Die Riemenscheibe ist mit $F = 5 \text{ kN}$ vorgespannt.



1. Ist die Tragfähigkeit an der Stelle der größten Beanspruchung ausreichend, wenn die Welle ein Drehmoment von $M_t = 600 \text{ Nm}$ bei einer Nenndrehzahl von $n = 500 \text{ 1/min}$ überträgt? Die Kerbwirkungszahl kann mit $\beta_k = 2$ angenommen werden. Die Masse der Welle ist bei der Berechnung der Biegespannung zu vernachlässigen.
2. Ist die Verdrehung zwischen den beiden Riemenscheiben zulässig?
3. Liegt die biegekritische Drehzahl des Gesamtsystems in der Nähe der Betriebsdrehzahl?

Resultat:

1. $S_D = 1,7$. Die Sicherheit gegen Dauerbruch ist knapp bemessen, da sie mindestens 2 betragen sollte.
2. Der Verdrehwinkel beträgt $\vartheta = 0,17^\circ$.
3. Die kritische Drehzahl ist mit $n_k = 3384,3 \text{ 1/min}$ sehr viel größer als die Betriebsdrehzahl.

Ausführliche Lösung:

1. Die Tragfähigkeit muss dort nachgerechnet werden, wo die Welle versagen kann. Der gefährdete Querschnitt ist in unserem Beispiel links von der Riemenscheibe, da hier das maximale Biegemoment und das Torsionsmoment wirken. Um die vorhandenen Spannungen an dieser Stelle berechnen zu können, müssen zuerst die Belastungen berechnet werden.

Das maximale Biegemoment ist:

$$M_{b,\max} = \frac{F}{2} \cdot 500 = 2500 \cdot 500 = 1250 \text{ Nm.}$$

Damit kann die Biegespannung ermittelt werden:

$$\begin{aligned}\sigma_{b,\max} &= \frac{M_{b,\max}}{W_b} = \frac{M_{b,\max}}{d^3 \cdot \pi / 32} \\ &= \frac{1250 \cdot 10^3}{63^3 \cdot \pi / 32} = 50,1 \text{ MPa.}\end{aligned}$$

Mit dem gegebenen Torsionsmoment lässt sich die Torsionsspannung berechnen:

$$\tau_t = \frac{M_t}{W_t} = \frac{M_t}{d^3 \cdot \pi / 16} = \frac{600 \cdot 10^3}{63^3 \cdot \pi / 16} = 12,2 \text{ MPa.}$$

Die vorhandene Vergleichsspannung wird dann:

$$\begin{aligned}\sigma_V &= \sqrt{\sigma_{bw}^2 + 3 \cdot (\alpha_0 \cdot \tau_t)^2} = \sqrt{50,1^2 + 3 \cdot (0,7 \cdot 12,2)^2} \\ &= 52,2 \text{ MPa.}\end{aligned}$$

Für die Gestaltfestigkeit gilt:

$$\sigma_G = \frac{\sigma_{bw} \cdot b_0 \cdot b_G}{\beta_k} = \frac{255 \cdot 0,9 \cdot 0,8}{2} = 91,8 \text{ MPa.}$$

Die Sicherheit gegen Dauerbruch wird damit:

$$S_D = \frac{\sigma_G}{\sigma_V} = \frac{91,8}{52,2} = 1,7.$$

Die Sicherheit gegen Dauerbruch ist knapp bemessen, da sie mindestens 2 betragen sollte. Hier wäre eine genauere Nachrechnung nach DIN 743 empfehlenswert.

2. Verdrehen kann sich die Welle zwischen der Kupplung und der Riemenscheibe.

Der vorhandene Verdrehwinkel berechnet sich zu:

$$\vartheta = \frac{M_t \cdot l}{G \cdot I_p} \cdot \frac{180^\circ}{\pi} = \frac{600 \cdot 10^3 \cdot 560 \cdot 32}{80.000 \cdot 63^4 \cdot \pi} \cdot \frac{180^\circ}{\pi} = 0,17^\circ$$

Das entspricht einem Verdrehwinkel von $0,3^\circ$ pro Meter. Da im Maschinenbau $0,25^\circ$ pro Meter nicht überschritten werden sollte, ist diese Verdrehung zu groß.

3. Die kritische biegekritische Drehzahl der massebehafteten Welle ist:

$$\begin{aligned}n_{km} &= \frac{\pi}{2 \cdot l^2} \cdot \sqrt{\frac{E_b \cdot I_b}{\rho \cdot A}} \\ &= \frac{\pi}{2 \cdot 1000^2} \cdot \sqrt{\frac{210.000 \cdot 63^4 \cdot \pi / 64}{7,85 \cdot 10^{-9} \cdot 63^2 \cdot \pi / 4}} \\ &= 127,96 \text{ s}^{-1} = 7677,6 \text{ 1/min.}\end{aligned}$$

In unserem Fall ist die maximale Durchbiegung:

$$w = \frac{F \cdot l^3}{48 \cdot E \cdot I_b}$$

Für die Biegesteifigkeit gilt dann:

$$\begin{aligned} R_b = \frac{F}{w} &= \frac{F \cdot 48 \cdot E \cdot I_b}{F \cdot l^3} = \frac{48 \cdot E \cdot I_b}{l^3} \\ &= \frac{48 \cdot 210.000 \cdot 63^4 \cdot \pi / 64}{1000^3} = 7794,6 \text{ N/mm.} \end{aligned}$$

Die biegekritische Drehzahl der Riemenscheibe liegt dann bei:

$$\begin{aligned} n_{kR} &= \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{R_b}{m_R}} = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{7794,6 \cdot 10^3}{50}} \\ &= 62,84 \text{ s}^{-1} = 3770,4 \text{ 1/min.} \end{aligned}$$

Mit der Gleichung von Dunkerley können diese beiden Drehzahlen überlagert werden:

$$\begin{aligned} \frac{1}{n_k^2} &= \frac{1}{n_{km}^2} + \frac{1}{n_{kR}^2} \\ \Rightarrow n_k &= \sqrt{\frac{n_{km}^2 \cdot n_{kR}^2}{n_{km}^2 + n_{kR}^2}} = \sqrt{\frac{7677,6^2 \cdot 3770,4^2}{7677,6^2 + 3770,4^2}} \\ &= 3384,3 \text{ 1/min} \end{aligned}$$

Die kritische Drehzahl ist sehr viel größer als die Betriebsdrehzahl, d. h., es besteht keine Gefahr, dass sich die Welle im Resonanzbereich aufschauelt.

27.2 • Eine Maschinenwelle hat als Festlager das Rillenkugellager 6214 (Abb. 27.19a). Ein Blick in den Lagerkatalog zeigt, dass es sich um ein Lager für einen Wellendurchmesser von 70 mm handelt. Außerdem sind dort die Tragzahlen für dieses Lager zu finden.

- dynamische Tragzahl: $C = 63,7 \text{ kN}$
- statische Tragzahl: $C_0 = 45,0 \text{ kN}$

Das Lager wird mit einer feststehenden Kraft belastet.

- Radiallast: $F_r = 4,2 \text{ kN}$
- Axiallast: $F_a = 3,4 \text{ kN}$

Die Welle wird mit einer Drehzahl von $n = 900 \text{ U/min}$ angetrieben.

1. Welche Toleranzen sind für die Welle und die Gehäusebohrung erforderlich?
2. Wie groß ist die zu erwartende nominelle Lebensdauer dieses Lagers?

Resultat:

1. ■ Toleranz der Bohrung: $H7$
■ Toleranz der Welle: $k5$ oder $m6$
2. Die zu erwartende nominelle Lebensdauer beträgt $L_{10h} = 10.117 \text{ h}$.

Ausführliche Lösung:

1. Die festzulegenden Toleranzen an Welle und Gehäusebohrung sind davon abhängig, ob Punkt- oder Umfangslast vorliegt. In dem vorliegenden Beispiel ist

- Punktlast auf dem Außenring und kann somit einen losen Sitz bekommen,
- Umfangslast auf dem Innenring, der deshalb fest auf der Welle sitzen sein muss.

Deshalb werden nach Abb. 27.26 folgende Toleranzen festgelegt:

- Bohrung: $H7$
- Welle: $k5$ oder $m6$

2. Für die Berechnung der äquivalenten Lagerlast P müssen die X - und Y -Faktoren bekannt sein. Diese Faktoren sind abhängig vom Verhältnis F_a/F_r :

wenn $F_a/F_r \leq e$ dann gilt: $X = 1$ und $Y = 1$,

wenn $F_a/F_r > e$ müssen die X - und Y -Faktoren nach Tab. 27.5 bestimmt werden.

Der Faktor e wiederum ist abhängig vom Verhältnis F_a/C_0 :

$$\frac{F_a}{C_0} = \frac{3,4}{45} = 0,0756.$$

Nach Tab. 27.5 ist dann $e = 0,27$.

Jetzt muss überprüft werden, ob das Verhältnis $F_a/F_r \leq e$ oder $F_a/F_r > e$ ist.

$$\frac{F_a}{F_r} = \frac{3,4}{4,2} = 0,81 > e = 0,27,$$

d. h., es sind $X = 0,56$ und $Y = 1,6$.

Die äquivalente Lagerlast wird dann:

$$P = X \cdot F_r + Y \cdot F_a = 0,56 \cdot 4,2 + 1,6 \cdot 3,4 = 7,792 \text{ kN.}$$

Und die zu erwartende nominelle Lebensdauer in Betriebsstunden ist:

$$L_{10h} = \frac{10^6}{60 \cdot n} \cdot \left(\frac{C}{P} \right)^p = \frac{10^6}{60 \cdot 900} \cdot \left(\frac{63,7}{7,792} \right)^3 = 10.117 \text{ h.}$$

27.3 •• Eine stets in die gleiche Richtung laufende Arbeitsmaschine wird über einen Elektromotor angetrieben, wobei Antrieb und Abtrieb über eine Lamellenkupplung gekoppelt und getrennt werden können. Der Schaltvorgang findet unter Last statt.

Folgende Daten liegen vor:

Leistung der Arbeitsmaschine: $P_A = 30 \text{ kW}$

Nenn Drehzahl der Arbeitsmaschine: $n_A = 990 \text{ min}^{-1}$

Massenträgheit der beschleunigten Massen: $J = 6 \text{ kg m}^2$

Reibpaarungsinwenddurchmesser: $d_i = 176$

Reibpaarungsaußendurchmesser: $d_a = 132$

Gleitreibungskoeffizient: $\mu_G = 0,3$

Normalkraft auf Lamellen: $F_N = 5 \text{ kN}$

Anzahl der Reibflächen: $n = 3$

1. Wie groß ist das schaltbare Moment der Kupplung?
2. Nach welcher Zeit ist der Schaltvorgang beendet, wenn die Arbeitsmaschine aus dem Stillstand hochgefahren wird?
3. Was ändert sich, wenn eine Kupplung mit einem Schaltmoment von $M'_{\text{KNS}} = 1,5 \text{ kNm}$ eingesetzt wird?

Resultat:

1. Die Kupplung kann ein Reibmoment von $346,5 \text{ Nm}$ übertragen.
2. Der Schaltvorgang ist nach $10,9 \text{ s}$ beendet.
3. Mit der größten Kupplung ist der Schaltvorgang nach $0,5 \text{ s}$ beendet.

Ausführliche Lösung:

1. Der mittlere Radius r_m , an dem die Reibkraft angreift, berechnet sich zu:

$$r_m = \frac{d_a + d_i}{2 \cdot 2} = \frac{176 + 132}{2 \cdot 2} = 77 \text{ mm}.$$

Das schaltbare Kupplungsmoment M_{KNS} ist gleich dem übertragbaren Reibmoment:

$$M_{\text{KNS}} = n \cdot F_N \cdot \mu_G \cdot r_m \\ = 3 \cdot 5000 \cdot 0,3 \cdot 77 = 346,5 \text{ Nm}.$$

2. Das Lastmoment M_L der Arbeitsmaschine kann aus der Leistung P_A und der Drehzahl n_A berechnet werden:

$$M_L = \frac{P_A}{2\pi \cdot n_A} = \frac{30 \cdot 10^3 \cdot 60}{2\pi \cdot 990} = 289,4 \text{ Nm}.$$

Wenn die Arbeitsmaschine aus dem Stillstand hochgefahren wird, ist die Anfangswinkelgeschwindigkeit $\omega_{20} = 0$. Bei konstanter Motordrehzahl ist der Schaltvorgang nach der Rutschzeit t_R beendet:

$$t_R = \frac{J}{M_{\text{KNS}} - M_L} \cdot (\omega_1 - \omega_{20}) \\ = \frac{6}{346,5 - 289,4} \cdot \left(2\pi \cdot \frac{990}{60} - 0 \right) = 10,9 \text{ s}.$$

3. Mit einer größeren Kupplung wird bei gleichbleibendem Lastmoment M_L das zur Verfügung stehende Beschleunigungsmoment M_a größer. Dadurch wird die Schalt- bzw. Rutschzeit kleiner:

$$t'_R = \frac{J}{M'_{\text{KNS}} - M_L} \cdot (\omega_1 - \omega_{20}) \\ = \frac{6}{1500 - 289,4} \cdot \left(2\pi \cdot \frac{990}{60} - 0 \right) = 0,5 \text{ s}.$$

Vorausgesetzt, dass der Motor kurzzeitig das Kupplungsschaltmoment abgeben kann, hat eine größere Kupplung auch eine größere Belastung der Bauteile im Antriebsstrang zur Folge, da während der Rutschzeit das Kupplungsschaltmoment übertragen wird. Dies ist bei der Auslegung aller Bauteile im Antriebsstrang zu berücksichtigen.

- 27.4 ••** Die abgebildete Getriebestufe mit Schrägsträhnrädern aus 16MnCr5 soll für eine Antriebsleistung von $P_{\text{an}} = 500 \text{ kW}$ bei einer Nenn Drehzahl $n_1 = 1480 \text{ 1/min}$ ausgelegt werden. Folgende Daten sind gegeben:

Abtriebsdrehzahl: $n_{\text{ab}} = 500 \text{ 1/min}$

Normalmodul: $m_n = 6 \text{ mm}$

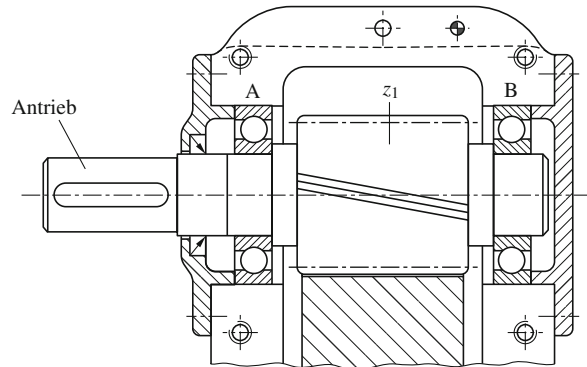
Herstellengriffswinkel: $\alpha_n = 20^\circ$

Schrägungswinkel: $\beta = 15^\circ$

Ritzelzähnezahl: $z_1 = 20$

Ritzelbreite: $b_1 = 104 \text{ mm}$

Radbreite: $b_2 = 98 \text{ mm}$



1. Wie muss die Zähnezahl z_2 gewählt werden, wenn die Abtriebsdrehzahl eine Toleranz von $\pm 1 \%$ nicht überschreiten darf?
2. Wie groß müssen die Profilverschiebungsfaktoren x_1 und x_2 für eine spielfreie Verzahnung gewählt werden, wenn der Achsabstand $a = 250 \text{ mm}$ betragen soll?
3. Der Gesamtüberdeckungsgrad soll $\varepsilon_\gamma > 2,5$ sein. Ist diese Bedingung erfüllt?

4. Welches Lager nimmt die Axialkraft F_{a1} auf, wenn sich die Antriebswelle im Uhrzeigersinn dreht?
5. Ist die Verzahnung bezüglich der Flankentragfähigkeit dauerhaft, wenn keine Grübchenbildung zulässig und für $\sigma_{Hlim} = 1450 \text{ MPa}$ einzusetzen ist? Für die Summe der K-Faktoren ist $K_{ges} = 1,5$ zu setzen.

Resultat:

- Mit $z_2 = 59$ beträgt die Abweichung der Übersetzung 0,34 %.
- Gewählte Profilverschiebungen: $x_1 = 0,45$ und $x_2 = 0,3718$.
- Der Gesamtüberdeckungsgrad ist $\varepsilon_\gamma = 2,76$ und somit größer als 2,5.
- Die Axialkraft wird vom Lager B aufgenommen.
- Die Sicherheit gegen Grübchenbildung ist $S_H = 1,38 > 1$ und die Verzahnung damit dauerhaft.

Ausführliche Lösung:

1. Die Soll-Übersetzung ist:

$$i_{soll} = \frac{n_{an}}{n_{ab}} = \frac{1480}{500} = 2,96.$$

Damit wird die Zähnezahzahl des Gegenrades:

$$z_2 = i_{soll} \cdot z_1 = 2,96 \cdot 20 = 59,2.$$

Da Zähnezahlen immer ganzzahlig sein müssen, wird $z_2 = 59$ Zähne gewählt.

Die Ist-Übersetzung wird damit

$$i_{ist} = \frac{59}{20} = 2,95.$$

Die Abweichung beträgt dann

$$\begin{aligned} \Delta i &= 100 - \frac{i_{ist}}{i_{soll}} \cdot 100 = 100 - \frac{2,95}{2,96} \cdot 100 \\ &= 100 - 99,66 = 0,34 \% . \end{aligned}$$

Hinweis: Die Abweichung kann auch mit dem Verhältnis der Ist-Abtriebsdrehzahl zur Soll-Abtriebsdrehzahl berechnet werden.

2. **Hinweis:** Da der Achsabstand von der Summe der Profilverschiebung abhängig ist, muss zuerst $(x_1 + x_2)$ berechnet werden. Dafür werden die Involut-Werte für die Eingriffswinkel benötigt.

Stirneingriffswinkel:

$$\tan \alpha_t = \frac{\tan \alpha_n}{\cos \beta} = \frac{\tan 20^\circ}{\cos 15^\circ} = 0,3768 \Rightarrow \alpha_t = 20,6469^\circ.$$

Betriebseingriffswinkel:

$$\begin{aligned} \cos \alpha_{wt} &= \frac{m_n}{\cos \beta} \cdot \frac{z_1 + z_2}{2 \cdot a} \cdot \cos \alpha_t \\ &= \frac{6}{\cos 15^\circ} \cdot \frac{20 + 59}{2 \cdot 250} \cdot \cos 20,6469^\circ = 0,9184 \\ \Rightarrow \alpha_{wt} &= 23,3060^\circ. \end{aligned}$$

Evolventenfunktionen:

$$\text{inv } \alpha_t = \tan \alpha_t - \hat{\alpha}_t = 0,0164533,$$

$$\text{inv } \alpha_{wt} = \tan \alpha_{wt} - \hat{\alpha}_{wt} = 0,0240257.$$

Summe der Profilverschiebung:

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 &= \frac{z_1 + z_2}{2 \cdot \tan \alpha_n} \cdot (\text{inv } \alpha_{wt} - \text{inv } \alpha_n) \\ &= \frac{20 + 59}{2 \cdot \tan 20^\circ} \cdot (0,0240257 - 0,0164533) \\ &= 0,8218. \end{aligned}$$

Da die Ritzelzähnezahzahl größer als die Grenzzähnezahzahl ist, tritt kein Unterschnitt auf. Darauf ist bei der Aufteilung der Profilverschiebungsfaktoren also nicht zu achten. Die Zahndicken des Ritzels sind aber wegen der kleineren Zähnezahzahl dünner als die Zähne des Gegenrades. Deshalb bekommt das Ritzel eine größere positive Profilverschiebung als das Rad.

Gewählt: $x_1 = 0,45$, $x_2 = 0,3718$.

3. Erforderliche Kopfhöhenveränderung:

$$\begin{aligned} k &= a - a_d - m_n (x_1 + x_2) \\ &= 250 - \frac{6 \cdot (20 + 59)}{2 \cdot \cos 15^\circ} - 6 \cdot (0,8218) \\ &= -0,29 \text{ mm}. \end{aligned}$$

Zahnrad Durchmesser:

$$\text{Teilkreise: } d_1 = \frac{m_n \cdot z_1}{\cos \beta} = 124,233 \text{ mm},$$

$$d_2 = \frac{m_n \cdot z_2}{\cos \beta} = 366,487 \text{ mm}.$$

$$\text{Grundkreise: } d_{b1} = d_1 \cdot \cos \alpha_t = 116,253 \text{ mm},$$

$$d_{b2} = d_2 \cdot \cos \alpha_t = 342,948 \text{ mm}.$$

$$\text{Kopfkreise: } d_{a1} = d_1 + 2 \cdot m_n + 2 \cdot x_1 \cdot m_n + k = 141,3 \text{ mm},$$

$$d_{a2} = d_2 + 2 \cdot m_n + 2 \cdot x_2 \cdot m_n + k = 382,6 \text{ mm}.$$

Die Profilüberdeckung wird dann:

$$\begin{aligned} \varepsilon_\alpha &= \frac{0,5 \cdot \left(\sqrt{d_{a1}^2 - d_{b1}^2} + \sqrt{d_{a2}^2 - d_{b2}^2} \right) - a \cdot \sin \alpha_{wt}}{\pi \cdot m_t \cdot \cos \alpha_t} \\ &= 1,42. \end{aligned}$$

Bei der Sprungüberdeckung ist mit b_2 als gemeinsame Zahnradbreite zu rechnen:

$$\varepsilon_\beta = \frac{b_2 \cdot \sin \beta}{m_n \cdot \pi} = 1,34.$$

Damit wird dann die Gesamtüberdeckung:

$$\varepsilon_{\gamma} = \varepsilon_{\alpha} + \varepsilon_{\beta} = 2,76.$$

Die Bedingung $\varepsilon > 2,5$ ist erfüllt, da die tatsächliche Gesamtüberdeckung größer als die erforderliche ist.

4. Das Drehmoment am Ritzel ist

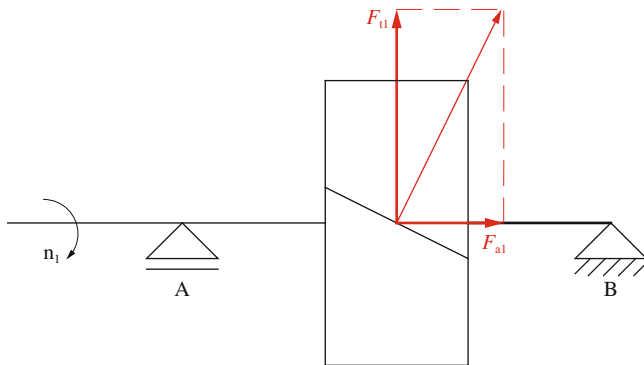
$$M_{t1} = \frac{P_{an}}{2\pi \cdot n_1} = \frac{500 \cdot 10^3}{2\pi \cdot 1480/60} = 3226,11 \text{ Nm}.$$

Die Umfangskraft wird dann:

$$F_{t1} = \frac{2 \cdot M_{t1}}{d_1} = \frac{2 \cdot 3226,11}{124,233 \cdot 10^{-3}} = 51.936,5 \text{ N}.$$

Und die Axialkraft berechnet sich zu

$$F_{a1} = F_{t1} \cdot \tan \beta = 51.936,5 \cdot \tan 15^\circ = 13.916,3 \text{ N}.$$



Das Ritzel ist das treibende Rad und somit wirkt die Umfangskraft entgegen dem Uhrzeigersinn. Die Axialkraft wirkt somit von links nach rechts und belastet damit das Lager B.

Hinweis: Aus der Abbildung in der Aufgabenstellung ist ersichtlich, dass die Flankenrichtung rechtssteigend ist. Da die Zahnkraft senkrecht zur Oberfläche übertragen wird, kann die Zahnnormalkraft in die Kraftkomponenten F_{t1} und F_{a1} zerlegt werden.

5. Für die Berechnung der vorhandenen Flankenpressung sind zunächst die Z-Faktoren zu bestimmen. Für den Zonenfaktor wird noch der Schrägungswinkel auf dem Grundkreis benötigt:

$$\tan \beta_b = \cos \alpha_t \cdot \tan \beta = 0,2507 \Rightarrow \beta_b = 14,076^\circ.$$

Zonenfaktor:

$$Z_H = \sqrt{\frac{2 \cdot \cos \beta_b \cdot \cos \alpha_{wt}}{\cos^2 \alpha_t \cdot \sin \alpha_{wt}}} = \sqrt{\frac{2 \cdot \cos 14,076^\circ \cdot \cos 20,6469^\circ}{\cos^2 14,076^\circ \cdot \sin 20,6469^\circ}} = 2,268.$$

Elastizitätsfaktor:

$$Z_E = \sqrt{0,175 \cdot E} = \sqrt{0,175 \cdot 210.000} = 191,7 \sqrt{\text{MPa}}.$$

Überdeckungsfaktor:

$$Z_{\varepsilon} = \sqrt{\frac{1}{\varepsilon_{\alpha}}} = \sqrt{\frac{1}{1,42}} = 0,84 \quad (\text{für } \varepsilon_{\beta} \geq 1).$$

Schrägungsfaktor:

$$Z_{\beta} = \sqrt{\cos \beta} = \sqrt{\cos 15^\circ} = 0,983.$$

Die vorhandene Flankenpressung ist dann:

$$\sigma_H = \sqrt{K_{ges} \cdot Z_H \cdot Z_E \cdot Z_{\varepsilon} \cdot Z_{\beta} \cdot \sqrt{\frac{F_t}{d_1 \cdot b_2} \cdot \frac{u+1}{u}}},$$

$$\sigma_H = \sqrt{1,5 \cdot 2,268 \cdot 191,7 \cdot 0,84 \cdot 0,983 \cdot \sqrt{\frac{51936,5}{124,233 \cdot 98} \cdot \frac{2,95+1}{2,95}}} = 1050,8 \text{ MPa}.$$

Wenn keine Grübchenbildung zulässig ist, wird der Lebensdauerfaktor $Z_{NT} = 1$ gesetzt. Für die Flanken-Grenzfestigkeit gilt dann:

$$\sigma_{HG} = \sigma_{Hlim} \cdot Z_{NT} = 1450 \cdot 1 = 1450 \text{ MPa}.$$

Die Sicherheit gegen Grübchenbildung ist das Verhältnis von Grenzspannung zu vorhandener Spannung:

$$S_H = \frac{\sigma_{HG}}{\sigma_H} = \frac{1450}{1074,7} = 1,38.$$

Da die Sicherheit größer als 1 ist, ist die Verzahnung dauerfest ausgelegt.

27.5 • Für einen Riementrieb nach Abb. 27.85a sind folgende Daten gegeben:

Mehrschichtriemen: $\sigma_{z,zul} = 10 \text{ MPa}$, $E_b = 40 \text{ MPa}$

Antriebsleistung: $P = 18,5 \text{ kW}$

Antriebsdrehzahl: $n_1 = 1450 \text{ 1/min}$

Scheibendurchmesser: $d_k = 180 \text{ mm}$, $d_g = 355 \text{ mm}$

Achsabstand: $e \approx 800 \text{ mm}$

Riemenabmessungen: $b = 90 \text{ mm}$, $s = 2,5 \text{ mm}$

Riemendichte: $\rho = 1,2 \text{ kg/dm}^3$

Reibbeiwert: $\mu = 0,4$

- Wie groß ist die Wellenbelastung F_{W0} der Antriebswelle im Ruhezustand?
- Erträgt der Riemen die maximal auftretende Spannung?

Resultat:

- Wellenbelastung im Stillstand: $F_{W0} = 2663,8 \text{ N}$.
- Maximale Riemenspannung: $\sigma_{\max} = 10 \text{ MPa}$.

Ausführliche Lösung:

- Die erforderliche Tangentialkraft, um das Drehmoment zu übertragen, ist:

$$F_t = \frac{M_{t1}}{r_k} = \frac{P}{\omega_1 \cdot r_k} = \frac{P}{2\pi \cdot n_1 \cdot r_k} = \frac{18,5 \cdot 10^6 \cdot 60}{2\pi \cdot 1450 \cdot 90} = 1354 \text{ N}.$$

Für die Berechnung der Trumkräfte wird der Umschlingungswinkel β_k benötigt:

$$\sin \alpha = \frac{r_g - r_k}{e} = \frac{177,5 - 90}{e} = 0,1094 \Rightarrow \alpha = 6,279^\circ,$$

$$\beta_k = 180 - 2 \cdot \alpha = 180 - 2 \cdot 6,279 = 167,44^\circ.$$

Zugkraft im Leertrum:

$$F_{T2} = \frac{F_t}{e^{\mu \beta} - 1} = \frac{1354}{e^{0,4 \cdot 2,9224} - 1} = 610 \text{ N}.$$

Zugkraft im Lasttrum:

$$F_{T1} = F_t + F_{T2} = 1354 + 610 = 1964 \text{ N}.$$

Die Wellenbelastung im Betrieb beträgt nach genauer Berechnung:

$$F_W = \sqrt{F_{T1}^2 + F_{T2}^2 - 2 \cdot F_{T1} \cdot F_{T2} \cdot \cos \beta_k}$$

$$= \sqrt{1964^2 + 610^2 - 2 \cdot 1964 \cdot 610 \cdot \cos 167,44}$$

$$= 2563 \text{ N}.$$

Die Wellenbelastung im Betrieb beträgt nach vereinfachter Berechnung:

$$F_W = F_{T1} + F_{T2} = 1964 + 610 = 2574 \text{ N}.$$

Ein Vergleich der Ergebnisse zeigt, dass die Differenz zwischen genauer und vereinfachter Berechnung nicht sehr groß ist.

Im Stillstand muss der Riemen zusätzlich um die Fliehkraft vorgespannt werden.

Die im Betrieb auftretende Fliehkraft beträgt:

$$F_{Tf} = v^2 \cdot b \cdot s \cdot \rho = (r_k \cdot 2\pi \cdot n_1)^2 \cdot b \cdot s \cdot \rho$$

$$= \left(0,090 \cdot 2\pi \cdot \frac{1450}{60}\right)^2 \cdot 0,090 \cdot 0,0025 \cdot 1,2 \cdot 10^3$$

$$= 50,4 \text{ N}.$$

Hinweis: Bei der Berechnung der Fliehkraft nach oben stehender Gleichung sind die Maßeinheiten zu beachten. Wenn Sie die Maßeinheiten für jede Variable aufschreiben, muss durch Kürzen die Einheit N am Ende herauskommen.

$$\text{Beispiel: } \left[\frac{m^2}{s^2} \cdot m \cdot m \cdot \frac{kg}{m^3}\right] = N$$

Die Wellenbelastung im Stillstand wird dann:

$$F_{W0} = F_W + 2 \cdot F_{Tf} = 2563 + 2 \cdot 50,4 = 2663,8 \text{ N}.$$

- Die maximale Spannung im Riemen tritt im Lasttrum an der kleinen Scheibe auf.

Zugspannung im Lasttrum:

$$\sigma_1 = \frac{F_{T1}}{b \cdot s} = \frac{1964}{90 \cdot 2,5} = 8,73 \text{ MPa}.$$

Fliehkraftspannung (wirkt über die gesamte Riemenlänge):

$$\sigma_f = \frac{F_{Tf}}{b \cdot s} = \frac{50,4}{90 \cdot 2,5} = 0,22 \text{ MPa}$$

Biegespannung an der kleinen Scheibe:

$$\sigma_{b1} = \frac{E_b \cdot s}{d_k} = \frac{40 \cdot 2,5}{180} = 0,55 \text{ MPa}.$$

Die maximale Riemenspannung wird dann:

$$\sigma_{\max} = \sigma_1 + \sigma_f + \sigma_{b1} = 8,73 + 0,22 + 0,55$$

$$= 9,5 \text{ MPa} < \sigma_{z,zul} = 10 \text{ MPa}$$

Die maximale Spannung im Riemen ist etwas geringer als die zulässige Riemenspannung. Da in der zulässigen Riemenspannung eine Sicherheit enthalten ist, kann davon ausgegangen werden, dass der Riemen die auftretenden Spannungen erträgt.