

Aus Kapitel 37

Aufgaben

37.1 • Wie passt ein konstantes $\mu_{r,Fe}$ zum Phänomen der Hysterese?

Resultat: Die relative Permeabilität des Eisens ist nicht konstant.

Ausführliche Lösung: Was normalerweise als $\mu_{r,Fe}$ angegeben wird, ist das Verhältnis $\mu_{r,Fe} = B(\text{Eisen})/B(\text{Vakuum})$ für den Fall, dass das Eisen vorher unmagnetisiert war und dass das Vakuumfeld so klein ist, dass keine Sättigungseffekte auftreten. Was also als $\mu_{r,Fe}$ angegeben wird ist der Maximalwert.

37.2 • Welche der folgenden Typen von Gleichstromgeneratoren verhält sich ähnlich wie eine Gleichspannungsquelle: fremderregter Generator, Nebenschlussgenerator und Reihenschlussgenerator?

Resultat: Sowohl der fremderregte Generator als auch der Nebenschlussgenerator verhalten sich ähnlich wie eine Spannungsquelle.

37.3 •• Wie groß ist die in die Ankerwicklung induzierte Spannung bei einem Synchronmotor?

Resultat: 0.

Ausführliche Lösung: Beim Synchronmotor drehen sich Anker und Magnetfeld mit der gleichen Frequenz. Daher haben sie immer den gleichen Winkel zueinander. Der magnetische Fluss ist konstant. Es wird keine Spannung induziert. Aus diesem Grunde werden die Ankerwicklungen mit Gleichstrom gespeist.

(Bei starken Lastwechseln (Stromänderungen im Stator) wird kurzzeitig eine Spannung in den Anker induziert.)

37.4 ••• Bei elektrischen Maschinen können sogenannte *Bürstenfeuer*, das sind Funken zwischen den Bürsten und dem Stromwender, auftreten. Was ist die Ursache, warum sind sie unerwünscht und wie werden sie kleingehalten?

Resultat: Überspannungen, Verschleiß, Vermeidung von Spulenleerlauf.

Ausführliche Lösung: Wenn durch die Ankerwicklung ein Strom fließt, so wird der Anker von einem selbst erzeugten Magnetfeld umgeben. Wird nun dem Strom die Möglichkeit genommen, weiterzufließen, dann entsteht nach

dem Induktionsgesetz an den Enden der Ankerwicklung eine beliebig hohe Spannung. Die Induktionsspannung erzeugt einen Funkenüberschlag zur Bürste, wodurch diese mit der Zeit verbrennt, bzw. verschlissen wird. Dieser Effekt tritt immer dann auf, wenn die Ankerspule nirgends angeschlossen ist.

Um dies vollständig zu vermeiden, muss die Bürste breiter als der Abstand zwischen zwei Anschlüssen des Stromwenders sein. Damit die damit einhergehenden kurzzeitigen Kurzschlüsse keine großen Spannungsamplituden haben, werden die Bürsten vorzugsweise in der sogenannten *neutralen Zone* angebracht, also dort, wo zwischen zwei Stromwenderanschlüssen wenig Spannung herrscht. Zusätzlich werden sogenannte *Wendepolwicklungen* am Stator montiert, denen durch die Bewegung des Anker-Magnetfeldes eine Gegenspannung induziert wird. Schaltet man diese Wicklung in Reihe mit dem Anker, so liegt an den Bürsten im Umschaltpunkt keine Spannung an. Und wo keine Spannung, dort kein Funken.

37.5 ••• Das sogenannte *Ohmsche Gesetz des Magnetkreises*, auch *Hopkinson'sches Gesetz* genannt, lautet $\Theta = \sum \Theta_i = \Phi \sum R_{m,i}$. Bitte finden Sie heraus, unter welchen Voraussetzungen diese Beziehung eine Konsequenz des Gesetzes von Ampère und Maxwell ist.

Resultat: Das *Ohmsche Gesetz des Magnetkreises* folgt genau dann aus dem Ampère-Maxwell-Gesetz, wenn alle Zeitableitungen verschwinden und wenn die Feldlinien durch Materialien mit sehr großem μ_r durch diese Materialien geführt werden und die Geometrien so sind, dass die Magnetfeldlinien die Oberflächen der Materialien in einem 90°-Winkel durchdringen.

Ausführliche Lösung: Im Abschn. 37.1 wurde gezeigt, dass im statischen Fall und wenn das Magnetfeld außerhalb der betrachteten Materialien zu vernachlässigen ist, das Gesetz in der Form

$$NI = \sum_i \frac{B_i \cdot \Delta l_i}{\mu_0 \mu_{ri}}$$

hingeschrieben werden kann. Wenn die Längen Δl_i parallel zu den Feldlinien gewählt werden, gilt diese Beziehung auch in nicht vektorieller Form: $NI = \sum_i B_i \cdot \Delta l_i / (\mu_0 \mu_{ri})$. Wenn die Feldlinien zu 100 % in den betrachteten Materialien bleiben, muss die Feldstärke B jeweils umgekehrt proportional zu den Querschnittsflächen A

sein. Wenn $B \parallel A$ ist, dann ist der magnetische Fluss Φ überall gleich groß und durch

$$\Phi = \Phi_1 = \Phi_2 = \dots \rightarrow \Phi = \frac{B_i}{A_i}$$

gegeben. Dann wird das Gesetz zu:

$$NI = \Phi \cdot \sum_i \frac{\Delta l_i}{A_i \mu_0 \mu_{ri}}$$

Mit den Definitionen für magnetische Spannung $\Theta = N \cdot I$, magnetischen Widerstand $R_m = \Delta l / (A \mu_0 \mu_r)$ wird daraus das Hopkinson'sche Gesetz: $\Theta = \Phi \sum R_{m,i}$.

37.6 • Eine Bohrmaschine hat eine Drehzahl von 600 Umdrehungen pro Minute. Wie groß ist ihre Kreisfrequenz ω in Hertz?

Resultat: $\omega = 62,8 \text{ Hz}$

Ausführliche Lösung: Es ist $\text{min}^{-1} = 1/60 \cdot \text{s}^{-1} = 1/60 \text{ Hz}$ und das Verhältnis von Drehzahl f und Kreisfrequenz ω ist $\omega = 2\pi f$. Insgesamt:

$$\omega = 2\pi f = 2\pi 600 \text{ min}^{-1} = 2\pi \frac{600}{60} \text{ Hz} = 62,8 \text{ Hz}.$$

37.7 •• Ein fremderregter Gleichstrommotor soll bei $f_1 = 1000 \text{ min}^{-1}$ eine Nennleistung von $P = 380 \text{ kW}$ erbringen. Dazu wird er an eine $U_Q = 500 \text{ V}$ Spannungsquelle angeschlossen, die ihn mit einem Nennstrom von $I_Q = 900 \text{ A}$ versorgt. Die Ankerwicklung hat einen ohmschen Widerstand von $R_A = 12 \text{ m}\Omega$. Wie groß ist die ohmsche Verlustleistung in der Ankerwicklung relativ zur gesamten Leistungsaufnahme? Welche Leerlaufdrehzahl hat die Maschine? Wie groß ist der Anlaufstrom?

Resultat: Es sind $P_{\text{Anker}}/P_{\text{gesamt}} = 2,16\%$, $f(\text{Leerlauf}) = 1022 \text{ min}^{-1}$ und $I(\text{Anlauf}) = 4,17 \text{ kA}$.

Ausführliche Lösung: Der Gesamtstrom geht durch den Anker. Daher ist das Verhältnis der Leistungen gleich dem Verhältnis der Spannungen:

$$\frac{P_{\text{Anker}}}{P_{\text{gesamt}}} = \frac{R_{\text{Anker}} \cdot I_Q}{U_Q} = \frac{10,8}{500} = 2,16\%.$$

Das Drehzahlverhalten unter Last ist in (37.9) zu finden. Da der Faktor $k_U \Phi_B$ für alle Drehzahlen zusammen mit ω auftaucht, kann aus der Änderung der Ströme direkt auf die Änderung der Drehzahl geschlossen werden:

$$\frac{\omega_0}{\omega_1} = \frac{U_Q - R_A I_{Q0}}{U_Q - R_A I_{Q1}} = \frac{U_Q}{U_Q - R_A I_{Q1}} = 1,022.$$

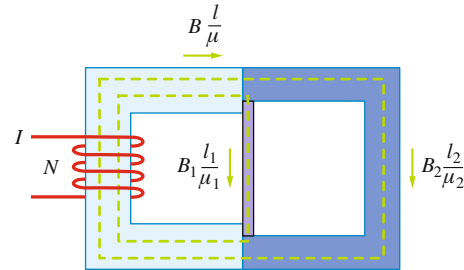
Im Leerlauf dreht sich der Motor 1022 Mal pro Minute.

Aus (37.9) folgt, dass der Anlaufstrom nur durch den ohmschen Widerstand der Ankerwicklung begrenzt ist:

$$I_Q(\omega = 0) = U_Q / R_A = 4,17 \text{ kA}.$$

Das ist das 83-Fache des Nennstroms und so viel, dass eine externe Strombegrenzung für den Anlauf nötig ist.

37.8 ••• Die Abbildung zeigt eine Anordnung, die ein Magnetfeld B aufspaltet, welches durch N vom Strom I durchflossenen Windungen erzeugt wird.



Aufspaltung eines Magnetfeldes (links) in einen mittleren Teil der Länge l_1 dem Querschnitt A_1 und der Permeabilität μ_1 und einen rechten Teil mit den Werten l_2 , A_2 und μ_2

Der erste Teil des Feldes verläuft durch ein Material mit der Länge l_1 dem Querschnitt A_1 und der Permeabilität μ_1 . Der zweite Teil hat die Parameter l_2 , A_2 und μ_2 . Der linke, beide Anteile des Magnetfeldes enthaltende Teil hat die Parameter l , A und μ .

Bitte finden Sie einen Ausdruck für die Feldstärke in den drei Materialien.

Resultat: Es sind

$$B = \frac{N \cdot I}{\frac{l}{\mu} + \left(\frac{A_1 \mu_1}{A_2 \mu_2} + \frac{A_2 \mu_2}{A_1 \mu_1} \right)^{-1}},$$

$$B_1 = \frac{\mu_1}{l_1} \left(N \cdot I - B \frac{l}{\mu} \right),$$

$$B_2 = \frac{\mu_2}{l_2} \left(N \cdot I - B \frac{l}{\mu} \right).$$

Ausführliche Lösung: Die Anordnung besteht aus zwei Ringen. Wenn wir die Richtungen der Magnetfelder relativ zu den in der Abbildung gezeigten Pfeilen wählen, lautet das statische Durchflutungsgesetz in diesem Falle:

$$N \cdot I = B \frac{l}{\mu} + B_1 \frac{l_1}{\mu_1} \quad (\text{linker Ring}),$$

$$0 = B_2 \frac{l_2}{\mu_2} - B_1 \frac{l_1}{\mu_1} \quad (\text{rechter Ring}).$$

Das Minuszeichen in der zweiten Gleichung zeigt an, dass die Richtungen der Magnetfelder 1 und 2 parallel verlaufen. Deshalb muss bei einem vollständigen Umlauf eine der Feldstärken negativ sein. Wenn die Feldlinien

ausschließlich innerhalb des Materials verlaufen, gilt weiterhin an den Verzweigungen:

$$\Phi_B = \Phi_{B1} + \Phi_{B2} \rightarrow \frac{B}{A} = \frac{B_1}{A_1} + \frac{B_2}{A_2}.$$

Jetzt stehen drei Gleichungen zur Verfügung, um die drei Feldstärken B , B_1 und B_2 auszurechnen. Eliminiert man B_1 und B_2 , folgt die Lösung für B .

Interessant ist, dass das Verhältnis der Feldstärken B_1 und B_2 nicht von den Querschnittsflächen A_1 und A_2 abhängt. Dieses Flächenverhältnis geht nur in die Aufteilung des magnetischen Gesamtflusses ein.

37.9 • In einem Wasserkraftwerk wird mit einem Synchrongenerator, dessen Ständer und dessen Anker jeweils $N_P = 40$ Polpaare haben, drei Phasen Wechselstrom mit einer Frequenz von $f_{\text{Netz}} = 50$ Hz erzeugt. Wie schnell dreht sich der Anker des Generators?

Resultat: $f_{\text{Anker}} = 1,25$ Hz entsprechend 75 Umdrehungen pro Minute.

Ausführliche Lösung: N_P Polpaare vergrößern die Frequenz um einen Faktor N_P . Daher ist $f_{\text{Anker}} = f_{\text{Netz}}/N_P$.

37.10 •• Der Ankerdipol eines Generators besteht aus 20 Windungen die jeweils eine Fläche von $A = 0,1 \text{ m}^2$ umschließen und von einem Strom von $I = 10 \text{ A}$ durchflossen werden. Aus konstruktiven Gründen müssen die Spulen jeweils um einen Winkel $\theta = 1^\circ$ pro Windung um die Achse herum versetzt werden. Wie groß ist das resultierenden Dipolmoment?

Resultat: $|\mu|_{\text{gesamt}} = 19,90 \text{ A m}^2$.

Ausführliche Lösung: Jede einzelne Schleife hat ein Dipolmoment der Stärke $|\mu| = I \cdot A = 1 \text{ A m}^2$. Wir wählen das Koordinatensystem so, dass einzelnen Stromschleifen symmetrisch verteilt sind, die Summe aller Winkel also gleich null ist: $\theta_1 = -9,5^\circ, \dots, \theta_{10} = -0,5^\circ, \theta_{11} = 0,5^\circ, \dots, \theta_{20} = 9,5^\circ$. Von der Summe aller Dipolmomente bleibt dann nur noch die Projektion auf die Achse übrig, dergegenüber die θ_i definiert sind. Also ist:

$$\begin{aligned} |\mu|_{\text{gesamt}} &= 2 \cdot |\mu| [\cos(\theta_1) + \cos(\theta_2) + \dots + \cos(\theta_{10})] \\ &= 2 \text{ A m}^2 [\cos(-9,5^\circ) + \dots + \cos(-0,5^\circ)] \\ &= 19,90 \text{ A m}^2. \end{aligned}$$

Der Winkelversatz reduziert das Dipolmoment also nur um ein halbes Prozent.

37.11 ••• Ein für 10 V ausgelegter Gleichstromgenerator habe einen Stromwender mit 36 Anschlüssen. Bitte bestimmen Sie durch Berechnung der mittleren quadratischen Spannungsabweichung, wie stark die Ausgangsspannung um die 10 V herum schwankt.

Resultat: Die Spannung schwankt um $\sigma_U = \pm 38 \text{ mV}$.

Ausführliche Lösung: Wenn der Stromwender 36 Anschlüsse hat, dann wird der Dipolanschluss 18 Mal pro Umdrehung, also alle $\Delta\theta = 20^\circ$ neu angeschlossen. Das wird so geschehen, dass der Winkel zwischen Feld und Dipol im Bereich

$$80^\circ < \theta < 100^\circ$$

bleibt, denn dort ist die Induktionsspannung $U_{\text{ind}} = BA\omega \sin(\omega t)$ am größten.

Zur Berechnung der mittleren Spannung ist es einfacher, die Kosinusfunktion um 0 herum ($\pm 10^\circ$) zu benutzen und nur den winkelabhängigen Teil zu mitteln:

$$\begin{aligned} \langle U_{\text{ind}} \rangle &= U_{\text{ind}} \left(\theta = \frac{\pi}{2} \right) \cdot \frac{\int_0^{\pi/18} \cos \varphi d\varphi}{\pi/18} \\ &= U_{\text{ind}} \left(\theta = \frac{\pi}{2} \right) \cdot 0,995 \\ &\approx U_{\text{ind}} \left(\theta = \frac{\pi}{2} \right) \cdot \left[1 - \frac{1}{6} \left(\frac{\pi}{18} \right)^2 \right]. \end{aligned}$$

Der letzte Ausdruck kommt von einer Potenzreihenentwicklung der Sinusfunktion. Man sieht, dass bei dieser Konfiguration die mittlere Spannung nur 0,5% unter der Maximalspannung liegt. Die Variationsbreite des winkelabhängigen Terms ist dann durch

$$\begin{aligned} \sigma^2 &= \int_0^{\pi/18} (\cos \varphi - \langle \cos \varphi \rangle)^2 d\varphi \cdot \frac{18}{\pi} \\ \rightarrow \sigma &= 0,0038 \approx \frac{4}{6\sqrt{5}} \left(\frac{\pi}{18} \right)^{5/2} \end{aligned}$$

gegeben. Wenn $\langle U_{\text{ind}} \rangle = 10 \text{ V}$, dann entspricht dies einer Schwankungsbreite von $\sigma_U = 0,038 \text{ V}/0,995 \approx 0,038 \text{ V}$.