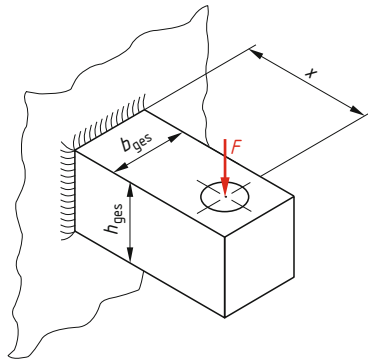


## Aus Kapitel 26

### Aufgaben

**26.1 ••** Die Wandkonsole aus S355 gemäß der Abbildung wird durch eine schwellende Kraft  $F = 3500 \text{ N}$  belastet. Die Konsole ist  $b_{\text{ges}} = 40 \text{ mm}$  breit und  $h_{\text{ges}} = 50 \text{ mm}$  hoch. Die Kraft greift in einem Abstand von  $x = 40 \text{ mm}$  an. Hält die verwendete Flachkehlnaht,  $a = 4 \text{ mm}$ , Bewertungsgruppe D, den Belastungen Stand?



Wandkonsole

**Resultat:**  $\sigma_v = 42,5 \text{ MPa}$ ,  $\sigma_{\text{zul N/A}} = 55,5 \text{ MPa}$ , die Schweißverbindung ist hinreichend dimensioniert.

**Ausführliche Lösung:** Die Schweißnaht wird durch ein Biegemoment (Hauptbelastung) und durch Scherung (Schub) belastet. Die Scherbelastung ist wahrscheinlich zu vernachlässigen; dies soll hier jedoch geprüft werden. Zunächst müssen das Biege-Widerstandsmoment  $W_b$  und die Fläche  $A$  der Schweißnaht berechnet werden. Für die Berechnung der Scherspannung werden nur die parallel zur Krafrichtung verlaufenden Nähte berücksichtigt. Dabei muss zweimal das Nahtmaß für die Fehlstellen an Nahtanfang und Nahtende abgezogen werden:

$$\begin{aligned} h &= h_{\text{ges}} - 2 \cdot a = 50 \text{ mm} - 2 \cdot 4 \text{ mm} = 42 \text{ mm}, \\ b &= b_{\text{ges}} - 2 \cdot a = 40 \text{ mm} - 2 \cdot 4 \text{ mm} = 32 \text{ mm}, \\ W_b &= \frac{a \cdot h^3 + b \cdot a^3 + 3 \cdot b \cdot a \cdot (h_{\text{ges}} + a)^2}{3 \cdot (h_{\text{ges}} + a)} \\ &= \frac{4 \text{ mm} \cdot 42^3 \text{ mm}^3 + 32 \text{ mm} \cdot 4^3 \text{ mm}^3 + 3 \cdot 32 \text{ mm} \cdot 4 \text{ mm} \cdot (50 \text{ mm} + 4 \text{ mm})^2}{3 \cdot (50 \text{ mm} + 4 \text{ mm})}, \\ W_b &= 8754 \text{ mm}^3 \\ A &= 2 \cdot a \cdot h = 2 \cdot 4 \text{ mm} \cdot 42 \text{ mm} = 336 \text{ mm}^2. \end{aligned}$$

Hiermit lassen sich die vorhandene Biegespannung  $\sigma_b$  und die vorhandene Scherspannung  $\tau_s$  berechnen:

$$\begin{aligned} \sigma_b &= \frac{M_b}{W_b} = \frac{F \cdot x}{W_b} = \frac{3500 \text{ N} \cdot 100 \text{ mm}}{8754 \text{ mm}^3} = 40 \text{ MPa}, \\ \tau_s &= \frac{F}{A} = \frac{3500 \text{ N}}{336 \text{ mm}^2} = 10,4 \text{ MPa}, \\ \sigma_{\text{ges}} &= \sigma_z + \sigma_b = \sigma_b = 40 \text{ MPa}, \\ \tau_{\text{ges}} &= \tau_s + \tau_t = \tau_s = 10,4 \text{ MPa}, \\ \sigma_v &= 0,5 \cdot \left( \sigma_{\text{ges}} + \sqrt{\sigma_{\text{ges}}^2 + 4 \cdot \tau_s^2} \right) \\ &= 0,5 \cdot \left( 40 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} + \sqrt{40^2 \text{ MPa}^2 + 4 \cdot 10,4^2 \text{ MPa}^2} \right) \\ &= 42,5 \text{ MPa}. \end{aligned}$$

Es ist leicht erkennbar, dass die Berücksichtigung der Scherspannung eine um 6,25 % höhere Spannung ergibt. Dieser gegebenenfalls zulässige Fehler (beachte Sicherheitsbeiwert  $S$ ) wäre gemacht worden, wenn man auf die Bildung der Vergleichsspannung verzichtet hätte. Im nächsten Schritt ist die zulässige Spannung zu berechnen, die aufgrund der gleichen Kerbzahl für die Naht und den Wandanschluss gleich ist.

$\alpha_0 = 0,5$  für Bewertungsgruppe D,

$\beta = 0,9$  (immer); Beiwert für die Eigenspannungen,

$\alpha_A = \alpha_N = 0,5$ ; Kerbfaktor für Naht und Anschlussquerschnitt; Flachkehlnaht; Biegung,

$\sigma_{\text{Grenz}} = \sigma_{\text{bsch}} = 370 \text{ MPa}$  für S355; schwellende Biegebelastung,

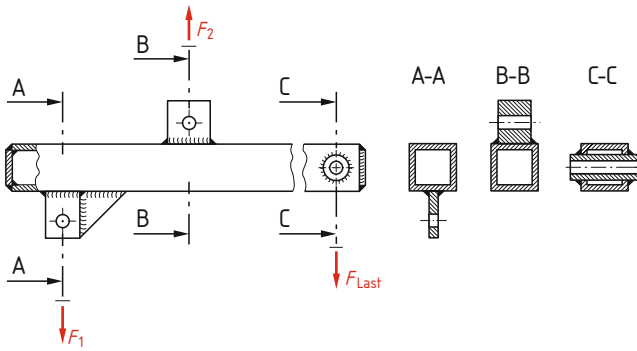
$$\begin{aligned} \sigma_{\text{zul N/A}} &= \frac{\alpha_0 \cdot \alpha_{\text{N/A}} \cdot \beta \cdot \sigma_{\text{Grenz}}}{S} = \frac{0,5 \cdot 0,5 \cdot 0,9 \cdot 370 \text{ MPa}}{1,5} \\ &= 55,5 \text{ MPa}. \end{aligned}$$

Die Schweißverbindung ist also hinreichend dimensioniert.

**26.2 ••** Der Ausleger eines kleineren Montagekrans ist aus Vierkantrohr gemäß der Abbildung aufgebaut. Zur Krafteinleitung sind die dargestellten Elemente angeschweißt.

Markieren Sie die Stellen, an denen konstruktive Fehler vorliegen, und beschreiben Sie die Fehler.

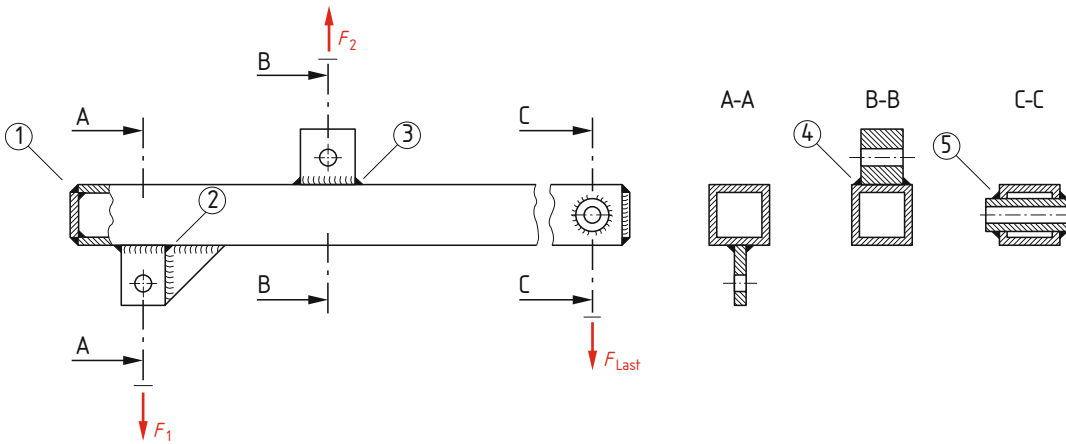
Skizzieren Sie eine verbesserte Version.



Ausleger eines Montagekrans mit konstruktiven Fehlern

**Resultat: 5 Fehler:** Deckel hat keine Anlagefläche, Schweißnahtanhäufung, Quernaht in der Zugzone, unterschiedliche Wandstärken, Buchse hat keinen Anschlag.

**Ausführliche Lösung:**

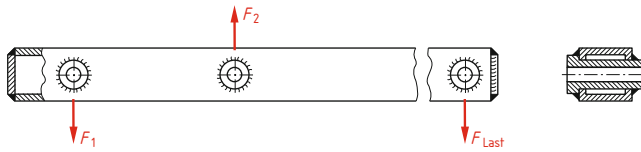


Ausleger eines Montagekrans; Fehler gekennzeichnet

Die Konstruktion enthält folgende Fehler:

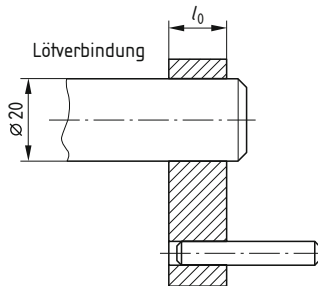
1. Der Deckel hat keine Anlagefläche und könnte vor dem Schweißen in das Rohr hineinfallen. Außerdem ist die innere Naht unzugänglich und kann nicht ausgeführt werden.
2. Hier liegt eine Schweißnahtanhäufung vor. Die Ecke des Knotenblechs muss ausgespart werden. Es ist fraglich, ob das Knotenblech überhaupt sinnvoll bzw. erforderlich ist.
3. Hier ist im Bereich der höchsten Biegebeanspruchung und in der Zugzone eine Quernaht vorgesehen. Diese stellt eine massive Bauteilschwächung dar und ist damit ein schwerer Fehler.
4. Es sind Bauteile unterschiedlicher Wandstärken verschweißt.
5. Die Buchse hat keinen Anschlag. Die axiale Lage vor dem Einschweißen ist nicht bestimmt.

Die verbesserte Ausführung hat drei in der neutralen Faser eingeschweißte Buchsen mit axialem Anschlag. An beiden Enden des Vierkantrohrs sind Deckel aufgeschweißt, die geringfügig größer als der innere Rohrquerschnitt sind und daher vor dem Schweißen sauber aufgelegt werden können.



Ausleger eines Montagekrans; verbesserte Ausführung

**26.3 •** Auf eine Welle mit einem Durchmesser von 20 mm ist eine Kurbelschwinge aufgelötet, die ein wechselndes Drehmoment  $T = 20 \text{ Nm}$  übertragen soll (siehe Abbildung). Es wird Silberlot verwendet. Wie groß muss die Überlappungslänge  $l_0$  bei einer Sicherheit von  $S = 4$  sein? Ist diese Lötverbindung sinnvoll?



Aufgelötete Kurbelschwinge

**Resultat:**  $l_0 = 1,7 \text{ mm}$ , nicht sinnvoll.

**Ausführliche Lösung:** Zunächst ist die Scherkraft  $F_s$ , im vorliegenden Fall die Umfangskraft in der Fuge, zu bestimmen:

$$F_s = \frac{2 \cdot T}{d} = \frac{2 \cdot 20 \text{ Nm}}{20 \text{ mm}} = 2000 \text{ N}.$$

Diese Kraft muss über die Umfangsfläche der Verbindung übertragen werden. Für Silberlot ist bei wechselnder Belastung  $\tau_{ab} = 75 \text{ MPa}$  zu setzen.

$$\begin{aligned} \tau_s &= \frac{F_s}{A} \leq \tau_{s \text{ zul}} = \frac{\tau_{ab}}{S} \quad \text{mit} \quad A = d \cdot \pi \cdot l_0, \\ \tau_s &= \frac{F_s}{d \cdot \pi \cdot l_0} \leq \frac{\tau_{ab}}{S} \\ \Rightarrow l_0 &\geq \frac{F_s \cdot S}{d \cdot \pi \cdot \tau_{ab}} = \frac{2000 \text{ N} \cdot 4}{20 \text{ mm} \cdot \pi \cdot 75 \text{ N/mm}^2} = 1,7 \text{ mm}. \end{aligned}$$

Eine so kurze Überlappungslänge ist nicht sinnvoll, da die Kurbelschwinge nicht eindeutig zentriert wäre. Konstruktiv sinnvoller wäre es, die Überlappungslänge gleich dem

Durchmesser zu wählen. Weiterhin sollte überlegt werden, ob statt des teureren Silberlots das erheblich billigere Kupferlot verwendet werden kann.

**26.4 ••** Ein Rohrsystem ist mit einem Deckel mit einem Durchmesser von 250 mm abgedichtet, der mit 5 Schrauben befestigt wird. Im Rohrsystem befindet sich ein konstanter Druck von  $1,5 \text{ MPa}$  ( $1 \text{ MPa} = 1 \text{ N/mm}^2$ ), der auf die gesamte Deckelfläche wirkt. Um die Dichtwirkung zu gewährleisten, muss der Deckel eine gesamte Klemmkraft von mindestens  $11.000 \text{ N}$  auf die Dichtung ausüben. Es ist die Kraft zu berechnen, mit welcher jede einzelne Schraube vorgespannt werden muss, um diese Bedingung zu erfüllen. Die Nachgiebigkeit der Schraube (einschließlich eingeschraubter Gewindeanteile usw.) beträgt  $\delta_s = 5,65 \cdot 10^{-6} \text{ mm/N}$ , die Nachgiebigkeit der Platten  $\delta_p = 1,95 \cdot 10^{-6} \text{ mm/N}$ . Der Krafteinleitungsfaktor ist mit  $n = 1$  anzunehmen. Setzverluste sind nicht zu berücksichtigen.

**Resultat:**  $F_V = 13.141 \text{ N}$ .

**Ausführliche Lösung:** Zunächst wird die gesamte Betriebskraft berechnet, d. h. die Kraft, die auf den Deckel wirkt. Hierzu wird die gesamte Deckelfläche als druckbeaufschlagte Fläche angenommen.

$$F = 1,5 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \cdot 250^2 \text{ mm}^2 \cdot \frac{\pi}{4} = 73.631 \text{ N}.$$

Diese Kraft muss von 5 Schrauben aufgenommen werden. Damit ergibt sich die Betriebskraft pro Schraube:

$$F_A = \frac{73.631 \text{ N}}{5} = 14.726 \text{ N}.$$

Entsprechend ist die Klemmkraft pro Schraube zu berechnen:

$$F_{\text{Kl erf}} = \frac{11.000 \text{ N}}{5} = 2200 \text{ N}.$$

Mithilfe der elastischen Nachgiebigkeiten von Schraube und Platte und des Krafteinleitungsfaktors kann nun das Kraftverhältnis  $\Phi_n$  ermittelt werden:

$$\begin{aligned} \Phi_n &= n \cdot \frac{\delta_p}{\delta_s + \delta_p} = 1 \cdot \frac{1,95 \cdot 10^{-6} \frac{\text{N}}{\text{mm}}}{5,65 \cdot 10^{-6} \frac{\text{N}}{\text{mm}} + 1,95 \cdot 10^{-6} \frac{\text{N}}{\text{mm}}} \\ &= 0,257. \end{aligned}$$

Aus Abb. 26.20 ergeben sich die Zusammenhänge zur Herleitung der Vorspannkraft. Die Verbindung wird zunächst mit der Vorspannkraft  $F_V$  vorgespannt. Wird nun die Betriebskraft  $F_A$  aufgebracht, wird die Kraft auf die Schraube um die Kraft  $F_{PA} = \Phi_n \cdot F_A$  kleiner. Die verbleibende Kraft, die auf die Platte wirkt, muss (mindestens)

die Klemmkraft  $F_{Kl}$  sein.

$$\begin{aligned} F_{S\max} &= F_V + \Phi_n \cdot F_A = F_A + F_{Kl\text{erf}}, \\ F_V &= (1 - \Phi_n) \cdot F_A + F_{Kl\text{erf}} \\ &= (1 - 0,257) \cdot 14.726 \text{ N} + 2200 \text{ N} = 13.141 \text{ N}. \end{aligned}$$

**26.5 •** Ein Haken ist mit einer Schraube M6 der Festigkeitsklasse 8.8 an einer Wand befestigt. Die Teile sollen sich nicht gegeneinander verschieben. Der Reibbeiwert zwischen Haken und Schraube beträgt 0,3. Wie groß ist die Streckgrenze der Schraube? Wie groß ist die mögliche Klemmkraft  $F_{Kl}$ , wenn dabei die Streckgrenze der Schraube zu 50 % ausgenutzt wird und als belasteter Querschnitt der Spannungsquerschnitt  $A_S = 20,1 \text{ mm}^2$  zu Grunde gelegt wird? Wie groß darf die Kraft  $F_Q$  am Haken maximal werden, ohne dass sich die Teile relativ zueinander verschieben können?

**Resultat:** Mindeststreckgrenze = 640 MPa;  $F_{Kl} = 6432 \text{ N}$ ;  $F_Q = 1930 \text{ N}$ .

**Ausführliche Lösung:** Aus der Festigkeitsklasse 8.8 ergibt sich die Mindestzugfestigkeit: Die erste Zahl, multipliziert mit 100 MPa, gibt die Mindestzugfestigkeit an, die zweite Zahl, multipliziert mit 10 %, die Mindeststreckgrenze als Prozentsatz der Mindestzugfestigkeit. Damit hat die Schraube eine Mindestzugfestigkeit von  $8 \cdot 100 \text{ MPa} = 800 \text{ MPa}$ ; die Mindeststreckgrenze beträgt  $8 \cdot 10 \%$  davon, also 640 MPa. Die mögliche Klemmkraft wird aus 50 % der Streckgrenze und dem Spannungsquerschnitt berechnet:

$$F_{Kl} = 0,5 \cdot 640 \text{ MPa} \cdot 20,1 \text{ mm}^2 = 6432 \text{ N}.$$

Aus dieser Klemmkraft und dem Reibbeiwert lässt sich die Reibkraft bestimmen, die der maximal zulässigen Kraft  $F_Q$  am Haken entspricht:

$$F_Q = \mu \cdot F_{Kl} = 0,3 \cdot 6.432 \text{ N} = 1930 \text{ N}.$$

**26.6 •••** Ein Aluminiumbauteil, das durch ein Drehmoment belastet wird, ist an einer Stahlblechplatte festgenietet. Hierzu werden sechs Blindniete mit einem Durchmesser von 4 mm verwendet, die auf einem Lochkreis mit einem Durchmesser von 150 mm angeordnet sind. Die Scherspannung im Niet darf  $\tau_{a\text{zul}} = 40 \text{ MPa}$  nicht überschreiten. Wie groß ist das übertragbare Drehmoment? Wie dick müssen die Stahlblechplatte und das Aluminiumteil sein, wenn der Lochleibungsdruck an der Stahlblechplatte nicht größer als  $\sigma_{1\text{zulSt}} = 15 \text{ MPa}$  und am Aluminiumbauteil nicht größer als  $\sigma_{1\text{zulAlu}} = 10 \text{ MPa}$  werden darf?

**Resultat:**  $T = 226,2 \text{ Nm}$ ,  $t_{\text{minSt}} = 1,4 \text{ mm}$ ,  $t_{\text{minAlu}} = 2,1 \text{ mm}$ .

**Ausführliche Lösung:** Das übertragbare Drehmoment wird durch die Scherspannung im Niet begrenzt. Daher wird zunächst die Querkraft  $F_Q$  bestimmt, die der Niet übertragen kann, ohne abgesichert zu werden:

$$\begin{aligned} \tau_a &= \frac{F_Q}{A} = \frac{F_Q \cdot 4}{d^2 \cdot \pi} \leq \tau_{a\text{zul}}, \\ F_Q &= \tau_{a\text{zul}} \cdot d^2 \cdot \frac{\pi}{4} = 40 \text{ MPa} \cdot 4^2 \text{ mm}^2 \cdot \frac{\pi}{4} = 502,7 \text{ N}. \end{aligned}$$

Es werden sechs Niete auf einem Lochkreis mit einem Durchmesser von 150 mm eingesetzt. Damit kann das übertragbare Drehmoment berechnet werden:

$$T = 6 \cdot F_Q \cdot \frac{d_L}{2} = 6 \cdot 502,7 \text{ N} \cdot \frac{150 \text{ mm}}{2} = 226,2 \text{ Nm}.$$

Die Überprüfung des Lochleibungsdrucks muss für das Stahlteil und das Aluminiumteil getrennt erfolgen. Gemäß Aufgabenstellung ist die Nietanzahl bekannt, und es muss die Bauteildicke berechnet werden. Es gilt für die Stahlblechplatte:

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= \frac{F_Q}{n \cdot d \cdot t_{\text{minSt}}} \leq \sigma_{1\text{zulSt}}, \\ t_{\text{minSt}} &= \frac{F_Q}{n \cdot d \cdot \sigma_{1\text{zulSt}}} = \frac{502,7 \text{ N}}{6 \cdot 4 \text{ mm} \cdot 15 \text{ MPa}} \\ &= 1,4 \text{ mm}. \end{aligned}$$

Entsprechend kann die Mindestdicke des Aluminiumbauteils berechnet werden:

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= \frac{F_Q}{n \cdot d \cdot t_{\text{minAlu}}} \leq \sigma_{1\text{zulAlu}}, \\ t_{\text{minAlu}} &= \frac{F_Q}{n \cdot d \cdot \sigma_{1\text{zulAlu}}} = \frac{502,7 \text{ N}}{6 \cdot 4 \text{ mm} \cdot 10 \text{ MPa}} \\ &= 2,1 \text{ mm}. \end{aligned}$$

Es sollte eine Stahlblechplatte mit einer Dicke von 1,5 mm gewählt werden. Die Dicke des Aluminiumbauteils sollte 2,5 mm betragen. Eventuell kann sie auch zu 2 mm angenommen werden, sofern eine geringfügige Überschreitung des Lochleibungsdrucks akzeptiert werden kann.

**26.7 •** Eine Kegelverbindung hat einen mittleren Durchmesser  $d_m = 65 \text{ mm}$ . Sie soll ein Drehmoment  $T = 525 \text{ Nm}$  übertragen. Der Kegelwinkel beträgt  $\alpha = 11^\circ$ , der Reibbeiwert ist  $\mu = 0,2$ . Wie groß ist die minimal erforderliche axiale Aufpresskraft? Wie groß muss die Länge der Verbindung mindestens sein, damit eine Flächenpressung von  $p_{\text{zul}} = 20 \text{ MPa}$  nicht überschritten wird?

**Resultat:**  $F_a = 23.821 \text{ N}$ ,  $l_{\text{min}} = 19,8 \text{ mm}$ .

**Ausführliche Lösung:** Für die Axialkraft, die beim Fügen mindestens aufgebracht werden muss, gilt:

$$F_a = F_N \cdot \sin \frac{\alpha}{2} + F_R \cdot \cos \frac{\alpha}{2} = \frac{2 \cdot T}{\mu \cdot d_m} \cdot \left( \sin \frac{\alpha}{2} + \mu \cdot \cos \frac{\alpha}{2} \right) \\ = \frac{2 \cdot 525 \text{ Nm}}{0,2 \cdot 65 \text{ mm}} \cdot \left( \sin \frac{11^\circ}{2} + 0,2 \cdot \cos \frac{11^\circ}{2} \right) = 23.821 \text{ N.}$$

Diese Kraft müsste beispielsweise durch eine zentrale Schraube, die die Nabe auf die Welle drückt, aufgebracht werden. Die Kegelverbindung muss die Mindestlänge  $l_{\min}$  aufweisen, damit die zulässige Flächenpressung  $p_{\text{zul}}$  nicht überschritten wird:

$$l_{\min} = \frac{F_N}{\pi \cdot d_m \cdot p} = \frac{2 \cdot T}{\mu \cdot \pi \cdot d_m^2 \cdot p_{\text{zul}}} \\ = \frac{2 \cdot 525 \text{ Nm}}{0,2 \cdot \pi \cdot 65^2 \text{ mm}^2 \cdot 20 \text{ MPa}} = 19,8 \text{ mm.}$$

Es ist sinnvoll, eine größere Länge zu wählen, damit die Nabe auf der Welle einwandfrei zentriert ist.

**26.8 •••** Bei einer Welle-Nabe-Verbindung mit dem Durchmesser  $d = 45 \text{ mm}$  wird eine Passfeder mit einer Breite  $b = 14 \text{ mm}$ , einer Höhe  $h = 9 \text{ mm}$  und einer Passfederlänge  $l' = 50 \text{ mm}$  verwendet. Die Verbindung soll zukünftig ein doppelt so hohes Drehmoment übertragen wie bisher. Damit die Flächenpressung nicht größer wird, soll eine längere Passfeder gewählt werden, wobei das Wellenende dann ebenfalls länger wird. Wie groß muss die neue Passfederlänge werden? Jemand schlägt vor, statt einer Passfeder zwei mit der gleichen Länge zu verwenden, um so das doppelte Drehmoment übertragen zu können, ohne Wellenende und Passfeder länger gestalten zu müssen. Ist dieser Vorschlag gut oder schlecht? Statt der Passfederverbindung soll eine Längspressverbindung verwendet werden. Welche Vorteile und welche Nachteile entstehen hierdurch?

**Resultat:**  $l'_2 = 86 \text{ mm}$ , es sind drei Passfedern erforderlich.

**Ausführliche Lösung:** Um bei einem doppelt so großen Drehmoment die gleiche Flächenpressung in der Nabenut zu erhalten, muss die Passfederlänge so vergrößert werden, dass die tragende Länge doppelt so groß wird. Diese entspricht dem geradflankigen Bereich der Passfeder. Für die tragende Länge gilt:

$$l = l' - b = 50 \text{ mm} - 14 \text{ mm} = 36 \text{ mm}$$

Für die doppelte Belastung muss also eine doppelt so große tragende Länge vorhanden sein:

$$l_2 = 2 \cdot l = 2 \cdot 36 \text{ mm} = 72 \text{ mm}$$

Die neue Gesamtpassfederlänge ist um die Breite  $b$  größer:

$$l'_2 = l_2 + b = 72 \text{ mm} + 14 \text{ mm} = 86 \text{ mm}$$

Die nächste genormte Passfederlänge ist  $90 \text{ mm}$ . Damit die Passfeder auch unter Berücksichtigung der Fertigungstoleranzen vollständig in der Nabe liegt, muss die Nabenlänge mindestens  $95 \text{ mm}$  betragen. Damit ist sie größer als  $2 \cdot d$ , so dass eine gleichmäßige Belastung der Passfeder nicht mehr gewährleistet ist.

Der Einsatz von zwei Passfedern genügt den Anforderungen nicht, da diese nicht gleichmäßig belastet werden. Rechnerisch übertragen zwei Passfedern daher nur das 1,5-fache Drehmoment im Vergleich zu einer einzigen Passfeder. Es wären drei Passfedern erforderlich, die unter Berücksichtigung des Traganteils dann das 2-fache Drehmoment übertragen können. Der Fertigungsaufwand für Passfederverbindungen mit mehr als einer Passfeder ist relativ hoch; außerdem wird die Welle durch die Nuten massiv geschwächt.

Eine Längspressverbindung kann relativ hohe Drehmomente auch bei wechselnden Richtungen übertragen. Aufgrund der Spielfreiheit besteht nicht die Gefahr, dass die Verbindung durch Ausschlagen verschleißt. Die Fertigung und Kontrolle ist vergleichsweise einfach, da beide Teile beispielsweise auf der Drehmaschine gefertigt werden können und die Maße gut zu kontrollieren sind. Nachteilig sind die aufwendige Montage und insbesondere die Demontage, bei der die Verbindung durch Mikroverschweißungen zerstört werden kann.

**26.9 •••** Es stehen drei Schraubendruckfedern zur Verfügung, die die Federraten  $c_1 = 10 \text{ N/mm}$ ,  $c_2 = 20 \text{ N/mm}$  und  $c_3 = 25 \text{ N/mm}$  haben. Die drei Federn haben unterschiedliche Durchmesser, aber die gleiche Länge. Sie können daher ineinander gesteckt werden. Die Kraft wird in alle drei Federn gleichzeitig eingeleitet. Wie groß ist die Energie, die das System speichern kann, wenn es mit einer Kraft  $F = 1375 \text{ N}$  belastet wird? Welchen Anteil hiervon speichert jede einzelne Feder? Im nächsten Schritt werden die drei Federn hintereinander angeordnet. Wie groß ist jetzt bei derselben Kraft  $F = 1375 \text{ N}$  die vom Gesamtsystem und von jeder Einzelfeder gespeicherte Energie?

**Resultat:** Parallelschaltung:  $W_{\text{ges}} = 17,19 \text{ J}$ ;  $W_1 = 3,13 \text{ J}$ ;  $W_2 = 6,25 \text{ J}$ ;  $W_3 = 7,81 \text{ J}$ ; Reihenschaltung:  $W_{\text{ges}} = 179,61 \text{ J}$ ;  $W_1 = 94,53 \text{ J}$ ;  $W_2 = 47,27 \text{ J}$ ;  $W_3 = 37,81 \text{ J}$ .

**Ausführliche Lösung:** Werden die drei Federn ineinander angeordnet, handelt es sich um eine Parallelschaltung. Daher gilt:

$$c_{\text{ges}} = c_1 + c_2 + c_3 = (10 + 20 + 25) \text{ N/mm} = 55 \text{ N/mm.}$$

Bei linearer Federkennlinie, die man bei herkömmlichen Schraubenfedern voraussetzen kann, gilt für die von der

Feder gespeicherte Energie  $W_{\text{ges}} = \frac{1}{2} \cdot F_{\text{ges}} \cdot s_{\text{ges}}$ . Daher muss zuerst der Federweg unter Last berechnet werden:

$$c_{\text{ges}} = \frac{F_{\text{ges}}}{s_{\text{ges}}}; \quad s_{\text{ges}} = \frac{F_{\text{ges}}}{c_{\text{ges}}} = \frac{1375 \text{ N}}{55 \text{ N/mm}} = 25 \text{ mm}.$$

Damit kann die vom Gesamtsystem gespeicherte Energie berechnet werden:

$$W_{\text{ges}} = \frac{1}{2} \cdot F_{\text{ges}} \cdot s_{\text{ges}} = \frac{1}{2} \cdot 1375 \text{ N} \cdot 25 \text{ mm} = 17,19 \text{ J}.$$

Da der Federweg für alle Federn gleich ist, können analog die Anteile bestimmt werden, die jede einzelne Feder speichert. Hierzu ist zunächst die an jeder Feder wirkende Kraft bei einer Verformung um 25 mm zu errechnen:

$$F_1 = s_1 \cdot c_1 = 25 \text{ mm} \cdot 10 \text{ N/mm} = 250 \text{ N};$$

$$W_1 = \frac{1}{2} \cdot F_1 \cdot s_1 = \frac{1}{2} \cdot 250 \text{ N} \cdot 25 \text{ mm} = 3,13 \text{ J},$$

$$F_2 = s_2 \cdot c_2 = 25 \text{ mm} \cdot 20 \text{ N/mm} = 500 \text{ N};$$

$$W_2 = \frac{1}{2} \cdot F_2 \cdot s_2 = \frac{1}{2} \cdot 500 \text{ N} \cdot 25 \text{ mm} = 6,25 \text{ J},$$

$$F_3 = s_3 \cdot c_3 = 25 \text{ mm} \cdot 25 \text{ N/mm} = 625 \text{ N};$$

$$W_3 = \frac{1}{2} \cdot F_3 \cdot s_3 = \frac{1}{2} \cdot 625 \text{ N} \cdot 25 \text{ mm} = 7,81 \text{ J}.$$

Auch für die Reihenschaltung muss zunächst die Gesamtfederhärte bestimmt werden:

$$\begin{aligned} \frac{1}{c_{\text{ges}}} &= \frac{1}{c_1} + \frac{1}{c_2} + \frac{1}{c_3} \\ &= \frac{1}{10 \text{ N/mm}} + \frac{1}{20 \text{ N/mm}} + \frac{1}{25 \text{ N/mm}} \\ &= \frac{19}{100 \text{ N/mm}}; \quad c_{\text{ges}} = 5,26 \text{ N/mm}. \end{aligned}$$

Bei einer Kraft  $F = 1375 \text{ N}$  werden die Federn insgesamt um den folgenden Weg zusammengedrückt:

$$s_{\text{ges}} = \frac{F_{\text{ges}}}{c_{\text{ges}}} = \frac{1.375 \text{ N}}{5,26 \text{ N/mm}} = 261,3 \text{ mm}.$$

Damit kann die vom Gesamtsystem gespeicherte Energie berechnet werden:

$$W_{\text{ges}} = \frac{1}{2} \cdot F_{\text{ges}} \cdot s_{\text{ges}} = \frac{1}{2} \cdot 1375 \text{ N} \cdot 261,3 \text{ mm} = 179,61 \text{ J}.$$

Da die Kraft für alle Federn gleich ist, können analog die Anteile bestimmt werden, die jede einzelne Feder speichert. Hierzu ist zunächst der Verformungsweg jeder Feder bei einer Kraft von um 1375 N zu errechnen:

$$s_1 = \frac{F_{\text{ges}}}{c_1} = \frac{1375 \text{ N}}{10 \text{ N/mm}} = 137,5 \text{ mm};$$

$$W_1 = \frac{1}{2} \cdot F_1 \cdot s_1 = \frac{1}{2} \cdot 1375 \text{ N} \cdot 137,5 \text{ mm} = 94,53 \text{ J},$$

$$s_2 = \frac{F_{\text{ges}}}{c_2} = \frac{1375 \text{ N}}{20 \text{ N/mm}} = 68,8 \text{ mm};$$

$$W_2 = \frac{1}{2} \cdot F_2 \cdot s_2 = \frac{1}{2} \cdot 1375 \text{ N} \cdot 68,8 \text{ mm} = 47,27 \text{ J},$$

$$s_3 = \frac{F_{\text{ges}}}{c_3} = \frac{1375 \text{ N}}{25 \text{ N/mm}} = 55 \text{ mm};$$

$$W_3 = \frac{1}{2} \cdot F_3 \cdot s_3 = \frac{1}{2} \cdot 1375 \text{ N} \cdot 55 \text{ mm} = 37,81 \text{ J}.$$

Es ist erkennbar, dass weiche Federn bei derselben Kraft erheblich mehr Energie speichern können als harte Federn.