

Aus Kapitel 35

Aufgaben

35.1 • Welche Teile eines Autos sind immer aus Keramik und warum?

Resultat: Zündkerzen.

Ausführliche Lösung: Damit ein Zündfunke überspringt, muss eine Spannung von bis zu $U = 30 \text{ kV}$ erzeugt werden. Diese Spannung muss überall außerhalb der Brennkammer jahrelang sicher isoliert werden. Das kann nur Keramik.

35.2 • Es ist in Deutschland verboten, eine Verlängerungsschnur für elektrischen Strom von einem Zimmer in ein anderes zu legen. Warum?

Resultat: Wenn zwei Räume an verschiedene Phasen der drei Phasen Wechselspannung geschlossen sind, dann können zwischen diesen Spannungen bis über 560 V auftreten.

Ausführliche Lösung: Jede der Versorgungsphasen hat gegenüber den beiden anderen eine Phasenverschiebung von $\pm 120^\circ$. Die Maximalspannung ist daher $U_{\max} = \hat{U} |e^{j \cdot 120^\circ} - e^{j \cdot 0}| = \hat{U} \sqrt{3} = 563 \text{ V}$.

35.3 •• Welche Gesetze liegen den Kirchhoff'schen Regeln zugrunde?

Resultat: Ladungs- und Energieerhaltung.

Ausführliche Lösung: Die Knotenregel besagt, dass die Summe aller Ströme an einem Knoten gleich Null ist:

$$\sum_k I_k = \sum_k \frac{dQ_k}{dt} = 0.$$

Dies folgt aus der zeitlichen Ableitung der Ladungserhaltung: $\sum_k Q_k = \text{konstant}$.

In einem elektrischen Feld kann jedem Punkt im Raum ein Potenzial V zugeordnet werden. Dieses gibt an, welche potenzielle Energie W_{pot} einer Ladung Q zuzuordnen ist: $V = W_{\text{pot}}/Q$. Da das Potenzial an einem Punkt unabhängig davon ist, auf welchem Wege er erreicht wird, kann man sicher sein, dass auf einem beliebigen geschlossenen Wege die Summe aller Potenzialdifferenzen und damit die Summe aller Spannungen gleich null ist. Das ist die Maschenregel.

35.4 •• Wann ist elektrische Leistung negativ?

Resultat: Negative Leistung heißt: Einem Stromkreis wird Energie zugeführt.

Ausführliche Lösung: Werden Strom und Spannung in der gleichen Richtung gemessen, so gilt zum Beispiel für einen Widerstand R die Formel $P = U^2 \cdot R$, was immer positiv ist. Bei einer Batterie als Energiequelle fließt der Strom der Spannung entgegen. Es ist daher $P = U \cdot I < 0$. Allgemein gilt also: *Werden Strom und Spannung in der gleichen Richtung gemessen, so zeigt eine negative Leistung einen Energiegewinn des elektrischen Netzes an.*

Wegen der Gültigkeit der Maschenregel muss in einer Masche immer mindestens eine Spannung negativ sein. Für den Strom gilt jedoch nichts Entsprechendes. Daher werden in Schaltplänen Strom- und Spannungsquellen meist entgegengesetzte Richtungen für Strom und Spannung zugewiesen. Wenn dann der Strom tatsächlich der Spannung entgegen fließt, käme dann fälschlicher Weise für die Leistung ein positiver Wert heraus. Es gilt also die gleiche Regel wie bei allen zweipoligen Bauelementen: Sind die Bezugspfeile für Strom und Spannung antiparallel, muss in der Bauelementgleichung ein Minuszeichen eingefügt werden. *Werden Strom und Spannung in verschiedenen Richtungen gemessen, dann ist $P = -U \cdot I$.*

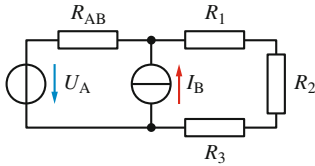
35.5 ••• Der Betreiber eines Windparks wird am Telefon gebeten, *mehr kapazitive Blindleistung zur Verfügung zu stellen*. Was ist damit gemeint? Und was soll dadurch erreicht werden?

Resultat: Er soll Wechselströme ins Netz einspeisen, deren Nulldurchgänge den Nulldurchgängen der Wechselspannung vorausseilen. Er erhöht damit den Wirkungsgrad der Leistungsübertragung.

Ausführliche Lösung: Bei einer gegebenen Netzspannung ist die übertragene Leistung maximal, wenn nur Wirkleistung übertragen wird, also bei $\Delta\varphi = \varphi_U - \varphi_I = 0$.

Ist der Phasenwinkel $\Delta\varphi$ ungleich null, dann wird in dem kleinen Zeitintervall $\Delta t = \Delta\varphi / (2\pi f)$ zwischen den Nulldurchgängen von Strom und Spannung Leistung vom Verbraucher zurück zum Energieerzeuger geführt. Dies schmälert die Wirksamkeit der Leistungsübertragung. Die Forderung *mehr kapazitive Blindleistung* deutet an, dass das Netz induktiv belastet ist, dass also der Strom relativ zur Spannung verspätete Nulldurchgänge hat. Es muss also zusätzlicher Wechselstrom eingespeist werden, dessen Nulldurchgänge denen der Spannung vorausseilen, und zwar genauso viel, dass für die Summe gleichzeitige Strom- und Spannungsnulldurchgänge resultieren.

35.6 • Bestimmen Sie für die im Bild gezeigte Schaltung den Strom durch den Widerstand R_{AB} mithilfe der Maschenstromanalyse.



Schaltung aus Quellen und Widerständen

Resultat:

$$I(R_{AB}) = \frac{U_A - I_B \cdot (R_1 + R_2 + R_3)}{R_{AB} + R_1 + R_2 + R_3}.$$

Ausführliche Lösung: Zunächst können die drei rechten Widerstände zu einem einzigen Widerstand $R_{123} = R_1 + R_2 + R_3$ zusammengefasst werden. Dieser neue Widerstand liegt parallel zur Stromquelle I_B . Beide zusammen ergeben eine reale Stromquelle mit dem Innenwiderstand R_{123} und können daher gemeinsam in eine reale Spannungsquelle umgerechnet werden: Gemäß (34.9) erhält man:

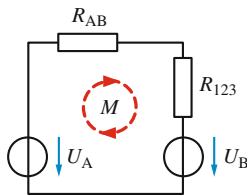
$$U_B = I_B \cdot R_{123}$$

und eine Schaltung, die nur noch aus einer einzigen Masche besteht: Wählt man den in folgender Abbildung gezeigten Umlaufsinn, so lautet die Gleichung für diese Masche:

$$U_A - U_B = (R_{AB} + R_{123}) \cdot I_M.$$

Der so bestimmte Maschenstrom I_M ist auch der Strom durch den Widerstand R_{AB} . Einsetzen für R_{123} und U_B ergibt:

$$I_M = \frac{U_A - I_B \cdot (R_1 + R_2 + R_3)}{R_{AB} + R_1 + R_2 + R_3}$$



Ersatzschaltung für das Maschenstromverfahren

35.7 ••• Wenn der Kern eines Transformators durch einen Fertigungsfehler auf der Sekundärseite 5 % weniger Querschnittsfläche hat als auf der Primärseite, wie ändert sich dann das Spannungsverhältnis?

Resultat: Das Verhalten ändert sich nicht.

Ausführliche Lösung: Der magnetische Fluss wird

$$\Phi_M = N_P \Lambda_P I_P + N_S \Lambda_S I_S.$$

und so nehmen die Transformatorgleichungen die Form

$$U_P = N_P \cdot \left(N_P \Lambda_P \frac{dI_P}{dt} - N_S \Lambda_S \frac{dI_S}{dt} \right)$$

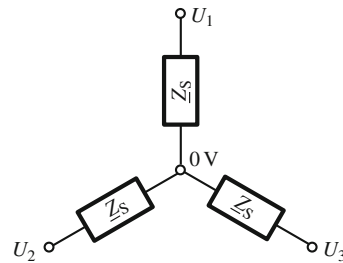
$$U_S = N_S \cdot \left(N_P \Lambda_P \frac{dI_P}{dt} - N_S \Lambda_S \frac{dI_S}{dt} \right)$$

an. Die Terme in den Klammern sind auch hier gleich. So bleibt das Verhältnis der für alle Signalformen und zu allen Zeitpunkten

$$\frac{U_P}{U_S} = \frac{\hat{U}_P}{\hat{U}_S} = \frac{\underline{U}_P}{\underline{U}_S} = \frac{N_P}{N_S}$$

... wie gehabt.

35.8 •• Zeigen Sie, dass bei der in der Abbildung gezeigten symmetrischen Sternschaltung kein Strom durch den Nullleiter fließt, egal welchen Wert die Impedanz \underline{Z}_S hat.



Die symmetrische Sternschaltung

Resultat: $\underline{I} = 0$

Ausführliche Lösung: Die Summe der Stromamplituden ist für $\varphi_{U1} = 0$:

$$\begin{aligned} \underline{I} &= \underline{Z}_S \cdot (\underline{U}_1 + \underline{U}_2 + \underline{U}_3) \\ &= \underline{Z}_S \cdot \hat{U} \left[e^{j \cdot 0} + e^{j \cdot 120^\circ} + e^{j \cdot 240^\circ} \right] \\ &= \underline{Z}_S \cdot \hat{U} \left[(1 + 0j) + \left(-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}j \right) + \left(-\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}j \right) \right] \\ &= 0. \end{aligned}$$

Für ein beliebiges anderes φ_{U1} müsste man

$$\begin{aligned} \underline{I} &= \underline{Z}_S \cdot (\underline{U}_1 + \underline{U}_2 + \underline{U}_3) e^{j\varphi_{U1}} \\ &= 0 \cdot e^{j\varphi_{U1}} \end{aligned}$$

schreiben. Am Ergebnis ändert das nichts.

35.9 ••• Für eine Spule wird bei einer Frequenz von $f = 1 \text{ GHz}$ Induktivität von $L = 10 \text{ nH}$ und eine Güte von $Q = 5$ messtechnisch bestimmt. Wie groß ist der Ohm'sche Widerstand des Spulendrahtes?

Resultat: Der Drahtwiderstand beträgt $R_S = 0,48 \Omega$.

Ausführliche Lösung: Bei einer Parallelschaltung ist die Güte gleich dem Verhältnis der komplexen Leitwertstränge, in diesem Falle

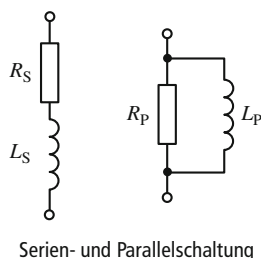
$$Q = \frac{\omega L_P}{R_P}.$$

So lässt sich der Widerstand als

$$R_P = \frac{2\pi f L_P}{Q}$$

schreiben. In diesem Fall ergibt sich $R_P = 12,57 \Omega$.

Bei einer realen Spule liegen jedoch Spulenimpedanz und Drahtwiderstand in Reihe. Daher muss eine Umrechnung zwischen den beiden in der Abbildung gezeigten Schaltungen gefunden werden.



Diese kann aus der Forderung

$$\begin{aligned} \underline{Z}_S + R_S &= \underline{Z}_P \parallel R_P, \\ \rightarrow jX_S + R_S &= \frac{jX_P R_P}{jX_P + R_P} \end{aligned}$$

gewonnen werden. Diese komplexe Gleichung ist zwei reellen Gleichungen äquivalent, denn sie muss sowohl für den Realteil (1. Gleichung) als auch für den Imaginärteil (2. Gleichung) gelten. Man erhält:

$$R_S = \frac{R_P}{1 + (R_P/X_P)^2} \quad \text{und} \quad X_S = \frac{X_P}{1 + (X_P/R_P)^2}$$

oder als Funktion der Güte:

$$R_S = \frac{R_P}{1 + Q^2} \quad \text{und} \quad X_S = \frac{X_P}{1 + Q^{-2}}.$$

In Zahlen ergibt sich ein Drahtwiderstand von $R_S = 0,48 \Omega$.

Interessant ist außerdem, dass die tatsächliche Induktivität der Spule L_S etwa 4 % kleiner ist, als die zusammen mit der Güte ermittelte, nämlich L_P .

35.10 • Ein mutiger Bastler will einen Drehstromherd für eine Wohnung ohne Drehstrom umbauen, indem er alle drei Versorgungsanschlüsse zusammenlötet und alle zusammen an das 230-V-Netz schließt. Was passiert?

Resultat: Einige Herdplatten funktionieren gar nicht mehr, andere vielleicht.

Ausführliche Lösung: Bei handelsüblichen Herden werden die Heizspiralen mit der größten Leistung zwischen zwei der Phasen geschaltet. Diese bleiben nach der Umbauaktion kalt.

Mit Glück sind auch noch Herdplatten dabei, die regulär zwischen eine Phase und Masse geschlossen sind. Diese werden wie vorher funktionieren.

Es kann sogar vorkommen, dass der Backofen zwar beleuchtet ist, jedoch nicht warm wird.

35.11 •• Ein Transformator ist für Leistungen bis $P_{\max} = 2 \text{ kW}$ ausgelegt. Ein Ingenieur schlägt vor, zur Leistungssteigerung die Anzahl der Windungen auf der Sekundärseite zu erhöhen. Ein anderer schlägt vor, den Transformator in seine Einzelteile zu zerlegen und den Draht für die Wicklungen um einen größeren Eisenkern zu wickeln. Welchem Vorschlag ist zu folgen?

Resultat: Der Eisenkern muss vergrößert werden.

Ausführliche Lösung: Die Magnetfelder im Eisen transportieren die Energie von der Primär- zur Sekundärseite. Dabei sorgt das große μ_r des Eisens für eine Verstärkung des Magnetfeldes um mehr als das Eintausendfache. Ursache der Magnetfeldverstärkung des Eisens ist dessen Magnetisierung. Diese Magnetisierung hat einen Maximalwert. Er ist erreicht, wenn alle Eisenatome entlang der Magnetfeldlinien ausgerichtet sind. Dieser Zustand heißt *Sättigung*. In der Sättigung wächst die Stärke des Magnetfeldes nur noch in dem Maße, in dem der Strom der Primärspule I_P ein Magnetfeld im Vakuum wachsen lassen würde (denn das Eisen kann nichts mehr beitragen):

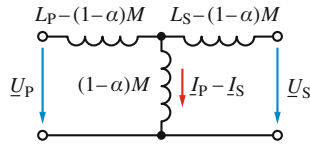
$$\frac{dB}{dI_P}(\text{Sättigung}) \approx \frac{1}{\mu_r} \cdot \frac{dB}{dI_P}(\text{Normalbetrieb}).$$

Die Leistungsgrenze eines Transformators ist daher durch die Sättigung seiner Eisenmagnetisierung gegeben. Es hilft also nur mehr Eisen: Bei gleicher maximaler Energiedichte bedeutet doppelt so viel Eisen eine Verdoppelung der Maximalleistung.

35.12 ••• Ein Transformator habe ein kleines, aber symmetrisch verteiltes Streufeld d.h., ein kleiner Anteil α des Magnetfeldes B_P der Primärspule durchdringt nicht den Querschnitt der Sekundärspule. Der gleiche

Anteil des Feldes der Sekundärspule $\alpha \cdot B_S$ durchdringt nicht den Querschnitt der Primärspule. Finden sie ein Ersatzschaltbild für diesen Transformator, der sonst keine Verluste hat.

Resultat: Die Abbildung zeigt die Lösung:



Ersatzschaltbild für den verlustlosen Transformator mit symmetrischem Streufeld

Ausführliche Lösung: Die Induktionsspannungen der beiden Spulen durch ihre eigenen Ströme bleiben unverändert. Die durch die jeweils andere Spule induzierten

Spannungen werden jedoch um einen Faktor $(1 - \alpha)$ verkleinert. Die Transformatorgleichungen nehmen also folgende Gestalt an:

$$U_P = N_P \cdot \Lambda \cdot \left[N_P \frac{dI_P}{dt} - (1 - \alpha) \cdot N_S \frac{dI_S}{dt} \right],$$

$$U_S = N_S \cdot \Lambda \cdot \left[N_P \cdot (1 - \alpha) \cdot \frac{dI_P}{dt} - N_S \frac{dI_S}{dt} \right].$$

Für komplexe Wechselströme gilt dann:

$$\underline{u}_P = L_P j\omega \cdot \underline{i}_P - (1 - \alpha) \cdot M j\omega \cdot \underline{i}_S,$$

$$\underline{u}_S = (1 - \alpha) \cdot M j\omega \cdot \underline{i}_P - L_S j\omega \cdot \underline{i}_S.$$

Dieses System wird von der in der Abbildung gezeigten Schaltung erfüllt.